

# THÈSE

## DIALOGUES NUMÉRIQUES ENTRE ÉCHELLES TRIBOLOGIQUES.

Présentée devant

**L'Institut National des Sciences Appliquées de Lyon**

pour obtenir

**le GRADE DE DOCTEUR**

École doctorale :

**Mécanique, Énergétique, Génie Civil, Acoustique**

Spécialité :

**MÉCANIQUE - GÉNIE MÉCANIQUE - GÉNIE CIVIL**

Présenté par

**Viet-Hung NHU**

**Ingénieur de Génie Civil de l'ENSGC - Hanoi**

Thèse soutenue le 14 Juin 2013 devant la Commission d'examen

### Jury

KONDO DJIMÉDO	Professeur	Président du jury
DARIDON Loïc	Professeur	Examineur
DUFRENOY PHILIPPE	Professeur	Rapporteur
FORTIN JÉRÔME	Professeur	Rapporteur
BERTHIER YVES	Directeur de Recherche CNRS	Directeur de thèse
RENOUF MATHIEU	Chargé de Recherche CNRS	Co-directeur de thèse

LaMCoS - UMR 5259 CNRS - INSA de Lyon  
20, avenue Albert Einstein, 69621 Villeurbanne Cedex (FRANCE)



**INSA Direction de la Recherche - Ecoles Doctorales - Quadriennal  
2007-2010**

<b>SIGLE</b>	<b>ECOLE DOCTORALE</b>	<b>NOM ET COORDONNEES DU RESPONSABLE</b>
<b>CHIMIE</b>	<b>CHIMIE DE LYON</b> <a href="http://sakura.cpe.fr/ED206">http://sakura.cpe.fr/ED206</a>  M. Jean Marc LANCELIN  Insa : R. GOURDON	M. Jean Marc LANCELIN Université Claude Bernard Lyon 1 Bât CPE 43 bd du 11 novembre 1918 69622 VILLEURBANNE Cedex Tél : 04.72.43 13 95 Fax : lancelin@hikari.cpe.fr
<b>E.E.A.</b>	<b>ELECTRONIQUE, ELECTROTECHNIQUE, AUTOMATIQUE</b> <a href="http://www.insa-lyon.fr/eea">http://www.insa-lyon.fr/eea</a> M. Alain NICOLAS Insa : C. PLOSSU ede2a@insa-lyon.fr Secrétariat : M. LABOUNE AM. 64.43 - Fax : 64.54	M. Alain NICOLAS Ecole Centrale de Lyon Bâtiment H9 36 avenue Guy de Collongue 69134 ECULLY Tél : 04.72.18 60 97 Fax : 04 78 43 37 17 eea@ec-lyon.fr Secrétariat : M.C. HAVGOUDOUKIAN
<b>E2M2</b>	<b>EVOLUTION, ECOSYSTEME, MICROBIOLOGIE, MODELISATION</b> <a href="http://biomserv.univ-lyon1.fr/E2M2">http://biomserv.univ-lyon1.fr/E2M2</a>  M. Jean-Pierre FLANDROIS Insa : H. CHARLES	M. Jean-Pierre FLANDROIS CNRS UMR 5558 Université Claude Bernard Lyon 1 Bât G. Mendel 43 bd du 11 novembre 1918 69622 VILLEURBANNE Cédex Tél : 04.26 23 59 50 Fax 04 26 23 59 49 06 07 53 89 13 e2m2@biomserv.univ-lyon1.fr
<b>EDISS</b>	<b>INTERDISCIPLINAIRE SCIENCES- SANTÉ</b>  Sec : Safia Boudjema M. Didier REVEL Insa : M. LAGARDE	M. Didier REVEL Hôpital Cardiologique de Lyon Bâtiment Central 28 Avenue Doyen Lépine 69500 BRON Tél : 04.72.68 49 09 Fax :04 72 35 49 16 Didier.revel@creatis.uni-lyon1.fr
<b>INFOMATHS</b>	<b>INFORMATIQUE ET MATHEMATIQUES</b> <a href="http://infomaths.univ-lyon1.fr">http://infomaths.univ-lyon1.fr</a> M. Alain MILLE	M. Alain MILLE Université Claude Bernard Lyon 1 LIRIS - INFOMATHS Bâtiment Nautibus 43 bd du 11 novembre 1918 69622 VILLEURBANNE Cedex Tél : 04.72. 44 82 94 Fax 04 72 43 13 10 <a href="mailto:infomaths@bat710.univ-lyon1.fr">infomaths@bat710.univ-lyon1.fr</a> - alain.mille@liris.cnrs.fr
<b>Matériaux</b>	<b>MATERIAUX DE LYON</b>  M. Jean Marc PELLETIER  Secrétariat : C. BERNAVON 83.85	M. Jean Marc PELLETIER INSA de Lyon MATEIS Bâtiment Blaise Pascal 7 avenue Jean Capelle 69621 VILLEURBANNE Cédex Tél : 04.72.43 83 18 Fax 04 72 43 85 28 Jean-marc.Pelletier@insa-lyon.fr
<b>MEGA</b>	<b>MECANIQUE, ENERGETIQUE, GENIE CIVIL, ACOUSTIQUE</b>  M. Jean Louis GUYADER  Secrétariat : M. LABOUNE PM : 71.70 -Fax : 87.12	M. Jean Louis GUYADER INSA de Lyon Laboratoire de Vibrations et Acoustique Bâtiment Antoine de Saint Exupéry 25 bis avenue Jean Capelle 69621 VILLEURBANNE Cedex Tél :04.72.18.71.70 Fax : 04 72 43 72 37 mega@lva.insa-lyon.fr
<b>ScSo</b>	<b>ScSo*</b>  M. OBADIA Lionel  Insa : J.Y. TOUSSAINT	M. OBADIA Lionel Université Lyon 2 86 rue Pasteur 69365 LYON Cedex 07 Tél : 04.78.77.23.88 Fax : 04.37.28.04.48 Lionel.Obadia@univ-lyon2.fr

\*ScSo : Histoire, Géographie, Aménagement, Urbanisme, Archéologie, Science politique, Sociologie, Anthropologie





*à ma famille,*



# Remerciements

Les travaux présentés dans ce rapport ont été menés au sein du Laboratoire de Mécanique des Contacts et des Solides (LaMCoS) de l'INSA de Lyon dans l'équipe Tribologie et Mécanique des Interfaces (TMI).

Je remercie Monsieur Yves BERTHIER, directeur de thèse, respectivement Directeur de Recherche CNRS et responsable de l'équipe TMI pour l'attention qu'il a porté à mon travail.

Mes profonds remerciements iront à Monsieur Mathieu RENOUF, Chargé de Recherche CNRS, pour m'avoir proposé ce travail de thèse, m'avoir encadrée et pour avoir eu confiance en moi pendant ces quatre années.

Je suis vivement reconnaissante à Monsieur le Professeur Djimédo KONDO d'avoir accepté la charge de président du jury ainsi qu'à Monsieur le Professeur Philippe DUFRENOY et Monsieur le Professeur Jérôme FORTIN qui ont accepté la charge de rapporter mon travail. Je remercie également Monsieur le Professeur Loïc DARIDON pour leur présence dans le jury.

Merci à mes collègues et mes amis dans le bureau : Ramona, Coumba, Mariano, Phong, Guillaume, Matthieu, Jérôme, Joe, Fangfang, Davide, Jacopo pour m'avoir soutenue tout au long de cette thèse.

Je termine avec ma famille bien entendu, qui a su me suivre et m'encourager dans mes choix pas toujours simples à leurs yeux.



# Résumé

En tribologie, la modélisation numérique est aujourd’hui un outil indispensable pour étudier un contact afin de pallier les limites expérimentales. Pour comprendre de mieux en mieux les phénomènes mis en jeu, les modèles ne se situent plus à une seule échelle, mais en font intervenir plusieurs, rendant plus que jamais le concept de *triplet tribologique* incontournable.

Travaillant avec cette philosophie et en se basant sur l’approche *Non Smooth Contact Dynamics*, dont nous rappelons les grandes lignes, nous proposons de franchir deux cas : proposer des modèles offrant des résultats quantitatifs et mettre en place les premières pièces d’une homogénéisation au niveau du contact (VER).

Dans le premier cas, l’étude du couplage éléments finis/éléments discrets au sein d’une même simulation a pour but de proposer des modèles plus “réalistes”. Même si l’interface utilisée est déjà présente au coeur du contact et ne va pas évoluer, elle permet de mettre en évidence l’utilisation d’outil de mesure permettant de lier le mouvement des particules aux instabilités dynamiques et permet d’avoir des résultats qualitatifs mais aussi quantitatifs puisque la comparaison avec les taux de contraintes expérimentaux sont en très bonne adéquation.

Dans le second cas, le VER sous sollicitations tribologiques est étudié afin d’étendre les techniques d’homogénéisation aux problèmes de contact afin de s’affranchir de la description des interfaces aux grandes échelles en trouvant un moyen d’homogénéiser le comportement hétérogène de l’interface et de le faire dialoguer avec le comportement continu des corps en contact en faisant remonter, dans un sens, des grandeurs moyennées à l’échelle microscopique à l’échelle macroscopique des premiers corps et dans l’autre sens, se servir des données locales à l’échelle macroscopique comme conditions limites à l’échelle microscopique.

**Mots-clefs :** troisième corps, premier corps, éléments finis, éléments discrets, couplage éléments finis/éléments discrets, non smooth contact dynamics, dialogues numériques.



# Summary

In tribology, the numerical modeling has become an indispensable tool for studying a contact to overcome the experimental limitations. To have a better understanding of the phenomena involved, the models are no longer located at a single scale, but involve several ones, more than ever, making the concept of *tribological triplet* as a unavoidable concept.

Working with this philosophy and approach based on the *Non Smooth Contact Dynamics* framework, which we remind some outlines, we propose to cross two steps : model that can offer quantitative results and that implement the first ingredient to perform a homogenization at a contact level.

In the first case, the study of coupling finite elements/discrete elements within the same simulation aims to propose models that are more “realistic”. Even if the interface is already present in the contact and not going to evolves, it can highlight the use of measurement tool of *spot* particles via dynamic instabilities and allows to have not only qualitative results but also quantitative ones since the comparison with the experimental strain rates are in very good agreement.

In the second case, the study of VER in tribological charges is performed to extend the homogenization techniques to contact problems in order to overcome the interface description on large scales by finding a way to homogenize the heterogeneous behavior of the interface and make a dialogue with the continue behavior of bodies in contact by send up, in a sense, average values of the microscopic scale to the macroscopic scale and in the other sense, use local data of the macroscopic scale as boundary conditions at the microscopic scale.

**Keywords :** third body, first body, discrete elements, finis elements, FEM/DEM coupling, non smooth contact dynamics, numerical dialogue.





# Table des matières

<b>1</b>	<b>Introduction :</b>	
	<b>tribologie numérique</b>	<b>5</b>
1.1	Introduction . . . . .	6
1.2	Tribologie numérique . . . . .	8
1.2.1	Modélisations des corps en contact et des mécanismes . . . . .	9
1.2.2	Modélisations des interfaces tribologiques . . . . .	10
1.3	Limites et manques . . . . .	11
<b>2</b>	<b>Cadre numérique</b>	<b>13</b>
2.1	Introduction . . . . .	14
2.2	Non Smooth Contact Dynamics . . . . .	15
2.2.1	De <i>Contact Dynamics</i> à <i>Non Smooth Contact Dynamics</i> . . . . .	15
2.2.2	Détection des contacts . . . . .	16
2.2.2.1	Détection grossière . . . . .	16
2.2.2.2	Détection fine . . . . .	17
2.2.3	Intégration temporelle . . . . .	19
2.2.4	Résolution du problème de contact . . . . .	20
2.2.4.1	Formulation . . . . .	20
2.2.4.2	Algorithme de résolution . . . . .	21
2.3	Loi d'interaction . . . . .	21
2.3.1	Au sein du troisième corps . . . . .	22
2.3.2	Représentation des premiers corps à l'échelle locale . . . . .	24

---

2.3.3	Connexion premier/troisième corps . . . . .	26
2.4	Mesures numériques . . . . .	26
2.4.1	Echelle macroscopique . . . . .	27
2.4.1.1	Instabilités de contact . . . . .	27
2.4.1.2	Frottement macroscopique . . . . .	28
2.4.1.3	Energie dissipée . . . . .	29
2.4.2	Echelle microscopique . . . . .	30
2.4.2.1	Paramètres caractéristiques d'un cisaillement . . . . .	30
2.4.2.2	Tenseurs de contrainte dans le milieu granulaire . . . . .	31
2.4.2.3	Coefficient de frottement macroscopique . . . . .	32
2.4.2.4	Profils au sein du milieu . . . . .	32
2.4.2.5	Evolution du débit source interne . . . . .	33
2.4.3	Conclusion . . . . .	34
2.5	LMGC90 : plate-forme de développement . . . . .	34
2.6	Conclusion . . . . .	35
<b>3</b>	<b>Couplage discret/continue :</b>	
	<b>instabilités dynamiques et le troisième corps</b>	<b>37</b>
3.1	Introduction . . . . .	38
3.2	Dispositif expérimental . . . . .	39
3.3	Analyse modale du système . . . . .	41
3.4	Analyse transitoire sans troisième corps . . . . .	42
3.4.1	Modèles numériques . . . . .	42
3.4.2	Analyse de convergence et amortissement . . . . .	43
3.4.3	Instabilités de crissement . . . . .	46
3.4.4	Conclusion . . . . .	48
3.5	Analyse transitoire avec troisième corps . . . . .	48
3.5.1	Modèle numérique . . . . .	48
3.5.2	Macro-particule et régimes d'instabilités . . . . .	49

---

3.5.3	Influence de la taille des macro-particules . . . . .	53
3.5.4	Compétition entre deux macro-particules . . . . .	55
3.6	Conclusion . . . . .	62
<b>4</b>	<b>Homogénéisation au contact :</b>	
	<b>dialogues entre échelles tribologiques</b>	<b>63</b>
4.1	Introduction . . . . .	64
4.2	Principe de dialogue local/global . . . . .	65
4.3	Échelle globale - cas de référence . . . . .	66
4.3.1	Modèle de référence . . . . .	66
4.3.2	Influence de la vitesse . . . . .	68
4.3.2.1	Influence de la vitesse sur le frottement global . . . . .	68
4.3.2.2	Influence de la vitesse sur les instabilités de contact . . . . .	69
4.3.3	Influence du frottement local . . . . .	71
4.3.3.1	Influence du frottement local sur le frottement global . . . . .	72
4.3.3.2	Influence du frottement local sur les instabilités de contact . . . . .	74
4.3.4	Synthèse : Relation entre le frottement local et la vitesse appliquée . . . . .	78
4.3.5	Conclusion . . . . .	79
4.4	Échelle locale . . . . .	79
4.4.1	Modèle éléments discrets . . . . .	80
4.4.1.1	Paramètres mécaniques . . . . .	80
4.4.1.2	Essais de traction uni-axiale . . . . .	80
4.4.1.3	Essais de compression uni-axiale . . . . .	86
4.4.1.4	Conclusion . . . . .	86
4.4.2	Analyse transitoire . . . . .	87
4.4.2.1	Caractérisation dynamique du troisième corps artificiel . . . . .	88
4.4.2.2	Caractérisation dynamique du premier corps . . . . .	91
4.4.3	Conclusion . . . . .	97

---

4.5	De l'échelle globale vers l'échelle locale . . . . .	101
4.5.1	Conditions limites . . . . .	101
4.5.2	Frottement moyen macroscopique . . . . .	105
4.5.3	Conclusion . . . . .	109
<b>5</b>	<b>Conclusions générales et perspectives</b>	<b>110</b>
5.1	Conclusions générales . . . . .	111
5.2	Perspectives . . . . .	113
	<b>Bibliographie</b>	<b>127</b>
	<b>Table des figures</b>	<b>134</b>
	<b>Liste des tableaux</b>	<b>136</b>

# Chapitre 1

## Introduction : tribologie numérique

### Sommaire

---

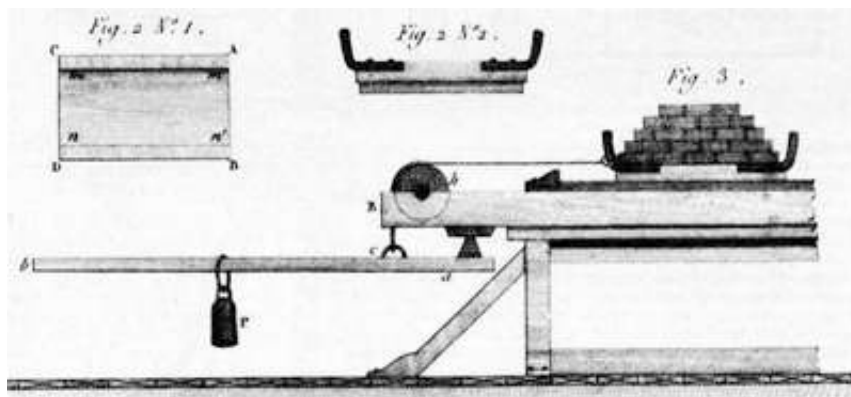
<b>1.1</b>	<b>Introduction</b>	<b>6</b>
<b>1.2</b>	<b>Tribologie numérique</b>	<b>8</b>
1.2.1	Modélisations des corps en contact et des mécanismes	9
1.2.2	Modélisations des interfaces tribologiques	10
<b>1.3</b>	<b>Limites et manques</b>	<b>11</b>

---

## 1.1 Introduction

La tribologie, science du frottement par définition, est présente dans notre quotidien (et ce depuis plus de 3000 ans) [DOW 98] au travers de geste simple comme se frotter les mains pour se réchauffer, écrire avec un crayon, jouer du violon, freiner en voiture ou en vélo, etc. Au-delà de ces simples gestes, elle est également au coeur de nombreuses applications industrielles comme la durée de vie des mécanismes [WEN 98, MOR 09, GAL 10], l'évolution des corps en contact [DES 05, BUS 09], le crissement [MAS 06b, TIL 03], les différentes formes d'usure [BOW 58a, BER 90, BER 01], les dissipations d'énergie [DAY 83, DAY 90, MAJ 03], etc. Pour certaines applications, on cherche plutôt à minimiser le frottement et l'usure en réduisant la consommation énergétique et en limitant le vieillissement des pièces. Dans d'autres domaines, le but est inverse, autrement dit tendre vers une augmentation du frottement, par exemple dans les dispositifs de freinage, afin de dissiper l'énergie cinétique du système le plus rapidement possible sans dégrader pour autant trop rapidement les matériaux.

Même si ces phénomènes sont observés et mis en oeuvre depuis longtemps (les égyptiens déplaçaient déjà des roches en les faisant glisser sur un film d'argile humide), l'analyse et la formalisation du frottement ne commencent vraiment qu'à partir de la Renaissance avec les travaux de Leonardo da Vinci (1452-1519), suivis de ceux de Guillaume Amontons (1663-1705) et Charles de Coulomb (1736-1806) (*c.f. Figure 1.1*), mettant en forme le frottement par des lois simples et applicables facilement. Cependant, l'origine du frottement reste largement inconnue et suscite encore de nombreuses études au niveau national et international.



**Figure 1.1** – *Dispositif de Coulomb pour étudier les phénomènes de frottement (Théorie des machines simples en 1781).*

Si il existe de nombreuses façons d'appréhender un problème de contact, sous-

entendu différents points de vue (surface, matériaux, physico-chimie), ce n'est que depuis les travaux de M. Godet [GOD 84, GOD 90, GOD 91] et ceux de Y. Berthier [BER 88, BER 01, BER 90], qu'il est difficile de voir un problème de contact d'un point de vue tribologique<sup>1</sup>, sans prendre en compte les deux corps en contact, mais aussi le mécanisme les contenant et l'interface les séparants, ensemble baptisé naturellement *triplet tribologique*.

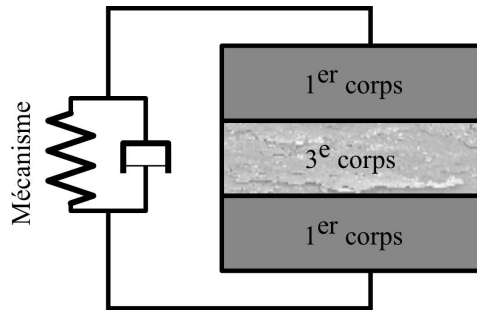


Figure 1.2 – Concept de triplet tribologique.

Dans ce cadre de travail, Berthier [BER 90] propose une définition de l'usure comme une compétition complexe entre le phénomène de détachement de particules des surfaces en contact et l'éjection définitive de ces particules hors du contact, proposant ainsi de décrire l'évolution des particules du troisième corps en termes de débits (circuit tribologique) :

- les **débits sources** comprenant les particules venant de l'extérieur du contact  $Q_s^e$  et celles issues des deux premiers corps en contact  $Q_s^i$  ;
- le **débit interne**  $Q_i$  correspondant au débit à l'intérieur du contact ;
- les **débits externes** correspondant au débit en sortie du contact composé du débit de re-circulation  $Q_r$  correspondant aux particules réintroduites dans le contact et le débit d'usure  $Q_u$  correspondant aux particules définitivement perdues pour le contact.

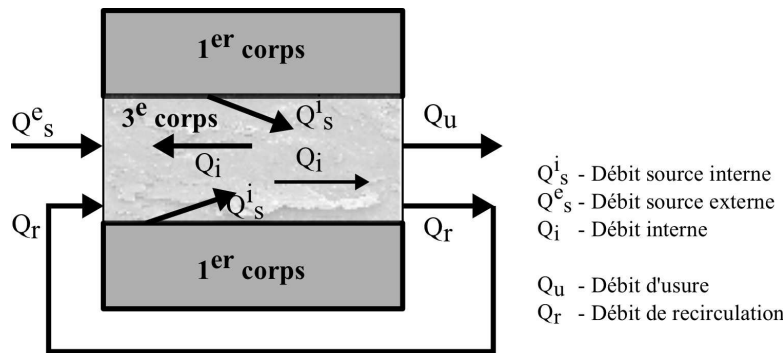
Ainsi avec cette vision, l'usure est alors vue comme un débit de matière pour le système global et pas uniquement une perte de masse d'un point de vue matériau.

Pour étudier le comportement de ce triplet, des modèles expérimentaux peuvent être mis en œuvre à l'échelle du système (l'échelle du mécanisme) jusqu'à l'échelle de l'interface. Mais à chaque échelle, il existe toujours des difficultés physiques inhérentes :

- la géométrie du contact est souvent de petite dimension et il est difficile, voire impossible, de faire des mesures sans perturber l'intérieur du contact et

---

1. Par point de vue tribologique, on sous-entend comprendre les causes et conséquences du frottement sur les différents éléments du triplet (vibration, instabilités, usure, etc.).


 Figure 1.3 – *Circuit tribologique.*

avoir ainsi l'ensemble des informations nécessaire pour décrire la rhéologie de l'interface ;

- il est difficile de déterminer l'influence et la dissociation de différents paramètres sur le comportement des corps en contact (frottement, amortissement, déformations plastiques, etc.) et ainsi faire une corrélation entre les échelles ;
- l'observation des surfaces post-mortem (i.e. après sollicitations dynamiques) ne permet pas de retracer tout le processus de frottement.

En résumé, les mesures expérimentales sont très délicates et peuvent demander de prendre en compte un grand nombre de paramètres. En complément, de cette démarche expérimentale (et pas en opposition), la modélisation numérique devient alors un outil indispensable pour compléter le manque d'information gravitant autour du triplet.

## 1.2 Tribologie numérique

Tous les systèmes frottants font face au même problème i.e font intervenir un grand nombre de phénomènes, allant de la mécanique du contact [WRI 00, WRI 02, BAR 05] à la physico-chimie [GOU 04] en passant par les états de surface [BOW 58b, GRE 66, LIN 73]. Ceci sous-entend que les mesures résultantes de l'étude de ces systèmes font intervenir un grand nombre de paramètres, ce qui ne permet pas toujours de déterminer l'enchaînement cause-conséquence pour résoudre le problème final. Le découplage de ces paramètres devient donc indispensable.

Toutefois, à ce manque d'information, il existe une solution supplémentaire pour étudier un contact, à savoir la modélisation numérique. C'est un outil très efficace pour pallier aux limites expérimentales et obtenir l'information qu'il est difficile de mesurer expérimentalement. Elle n'est pas à opposer à la tribologie expérimentale



mais vraiment à mettre en complément, en appui.

Il est alors possible de dissocier les outils numériques utilisés pour les différents éléments du triplet [REN 11], à savoir, le mécanisme, les premiers corps et le troisième corps.

### 1.2.1 Modélisations des corps en contact et des mécanismes

Deux différents types d’approches sont utilisés majoritairement pour simuler mécanismes et premiers corps : les méthodes semi-analytiques et les méthodes par éléments finis.

Les méthodes semi-analytiques sont des approches couplant des modèles analytiques traditionnels<sup>2</sup> à des boucles d’évolution temporelle. Ces méthodes se focalisent au fonctionnement de systèmes sur de longue durée, ce qui nous conduit à une contrainte importante sur le temps de calcul. Un grand nombre de travaux se basent sur des modèles simplifiés impliquant des conditions de contact (par exemple, du frottement, de l’usure) ou des comportement volumique de corps en contact. On peut citer dans ce type d’approche des modèles d’usure et de contact élasto-plastique [ANT 05] pour des contact de type fretting [GAL 10] ou pour le roulement des billes en contact avec les lois de contact visco-élastique [WEN 98, MOR 09, WEI 09]. On retrouve aussi des références sur les aspects de contacts secs dans les travaux de D. Nélis [BOU 05, GAL 07, GAL 10] et d’autres travaux de J.A. Wensing [WEN 98, TIL 03] pour les contacts lubrifiés.

Parmi les méthodes numériques, la méthode des éléments finis est probablement la plus répandue dans le cadre des simulations numériques en mécanique des structures et aussi dans les problèmes de contact frottant entre corps déformables et offrent une grande variété de modèles.

Ces méthodes sont peu utilisées en tribologie à cause des coûts de calcul très élevés. Elle font leur apparition à la fin des années 80 et sont devenues aujourd’hui incontournables [HAM 88] grâce aux évolutions d’outil de calcul. On peut citer par exemple son utilisation dans le cadre du contact roue-rail [BUC 01, SAU 05, BUC 06], pour le crissement (dynamique du contact) [BAI 06, MAS 06a, AKA 09], les développements des instabilités du contact [LIN 05, BAI 05, AGW 08], ou pour comprendre la réponse de matériaux composites sous sollicitations tribologiques [ALA 98, PEL 07b,

---

2. Par modèle analytique traditionnel, on sous-entend les modèles de contact développés depuis Hertz [HER 81], en passant par ceux de Greenwood [GRE 66], Archard [ARC 53b, ARC 53a, ARC 57] ou bien encore Kalker [KAL 79, KAL 86].

MBO 10].

## 1.2.2 Modélisations des interfaces tribologiques

On peut trouver deux type d'approches pour modéliser les écoulements de troisième corps : les approches continues et les approches discrètes.

Les modèles issus des approches continues, sont appliqués à des interfaces artificielles comme par exemple la lubrification par poudre. Cependant, ils montrent leurs limites dans le cas de géométries de contact complexes et lorsque les débits source et/ou d'éjection sont pris en compte.

Les approches par éléments discrets permettent de représenter la discontinuité et l'hétérogénéité de l'interface en la modélisant comme une collection de particules hétérogènes, indépendantes les unes des autres. Ces approches sont utilisées pour déduire un comportement rhéologique moyen et permettent de modéliser les débits d'usure ainsi que les écoulements non-stationnaires de troisièmes corps.

Leur utilisation en tribologie remonte aux années 90 pour simuler la lubrification des paliers à poudre [ELR 91]. Le troisième corps est représenté par une collection de disques rigides évoluant entre deux plans inclinés rugueux. Ces travaux ouvrent alors la voie à de nombreux travaux. Les premiers sont tout d'abord très exploratoires et concernent l'influence des différents paramètres numériques et géométriques (taille des échantillons et des particules) sur la réponse mécanique du milieu [LUB 92, LUB 96, GHA 96, TIE 98]. Ensuite des lois d'interaction plus représentatives des phénomènes mis en jeu au sein d'une interface sont utilisées (lois de contact type J.K.R. et l'influence de la taille des particules et de la cohésion entre particules sur le comportement des écoulements est étudiée [JOH 71, JOH 85, SEV 01]. Ces méthodes sont ensuite étendues à l'étude des mécanismes d'usure lors de cisaillements simples, proposant ainsi des lois d'usure basées sur les approches discrètes [FIL 04b, FIL 04a]. Cependant l'adimensionnement de l'étude utilise des paramètres dépendants conduisant à des résultats particuliers et non génériques [CAO 11a]. D'autre travaux s'intéressent aux débits de troisième corps dans des simulations type fretting [REN 06] avec des méthodes alternatives sans passer par des adimensionnements.

Plus récemment certains auteurs prennent en compte la déformation des particules dans des simulations de cisaillement simple [HIG 04, HIG 08]. Les modèles sont peu représentatifs des écoulements denses observés expérimentalement, mais les modèles se placent à une nouvelle étape dans la simulation des interfaces en proposant de prendre en compte la déformation des particules [KAB 09]. Dans une autre

optique ce type d'approche est utilisée pour revisiter la théorie de Hertz dans un milieu possédant des inclusions [RAJ 07].

### 1.3 Limites et manques

Aujourd'hui il reste un autre cap à franchir dans la modélisation du triplet tribologique. En effet la plupart des travaux cités précédemment se focalisent à une seule échelle d'étude (premier corps OU troisième corps). La nécessité de comprendre de mieux en mieux les phénomènes mis en jeu, demande aujourd'hui de pouvoir prendre en compte des modèles aux échelles les plus "réalistes" possibles. Les modèles ne sont plus alors situés à une seule échelle, mais font intervenir plusieurs échelles.

Même si l'idée de coupler les différentes échelles est apparue très tôt en tribologie [SHA 97, BER 01], ce n'est que récemment que l'on peut voir différentes approches essayant de prendre en compte de façon directe ou indirecte le couplage entre les échelles dans une même simulation [CAO 11b].

Certaines approches couplent mécanisme et premiers corps (en référence au triplet tribologique) : les résultats de la modélisation du mécanisme par approche multi-corps sont injectés dans des simulations éléments finis comme conditions limites [BER 08].

D'autres approches couplent les échelles des corps en contact et du troisième corps [BUC 06, TEM 08, CAO 11b]. Ces modèles tiennent en compte les effets locaux sur le comportement des corps en contact et/ou l'influence directe de la déformation des premiers corps sur la rhéologie de l'interface. Dans une même simulation, la description de l'interface est enrichie par éléments discrets et transfère l'information mécanique aux milieux continus par un élément hybride [CAO 11b], tandis que d'autres modèles discrets se placent à l'échelle de la structure du matériau pour reproduire la dégradation et fracturation du matériau [LUA 06, SFA 07, ANC 09].

Si ces modèles représentent déjà des améliorations majeures dans la modélisation de problèmes tribologiques, ils restent encore aujourd'hui à franchir deux aspects majeurs. Il faut pouvoir :

- étendre les méthodes couplant descriptions des premiers corps et des interfaces à des systèmes plus représentatifs et pouvoir proposer des résultats plus quantitatifs ;
- arriver à s'affranchir de la description des interfaces aux grandes échelles en trouvant un moyen d'homogénéiser le comportement hétérogène de l'interface

et de le faire dialoguer avec le comportement continue des corps en contact.

C'est ces deux aspects que nous allons aborder dans ce manuscrit. Pour cela, nous y présentons différents chapitres dédiés à la méthode numérique utilisée dans le cadre de travail et aux deux grandes études traitant des aspects multi-échelles dans des problèmes de tribologie.

Le chapitre 2 pose le cadre de travail (méthode, outil) dans lequel cette thèse a été effectuée.

Le chapitre 3 est consacré à la mise en place d'un couplage continu/discontinu au sein d'une même simulation, en combinant la méthode des éléments discrets pour décrire l'évolution de particules rigides et la méthode des éléments finis pour prendre en compte la déformation du premier corps. Les résultats numériques obtenus sont comparés à des résultats expérimentaux issus d'une expérience modèle de photo-élasticimétrie [REN 12].

Le chapitre 4 est dédié à la mise en place d'un dialogue numérique entre échelles tribologiques. Le but de ce chapitre n'est pas de combiner les approches discrète et continue au sein d'une même simulation mais plutôt de proposer une approche s'apparentant à une méthode d'homogénéisation au contact en faisant remonter, dans un sens, des grandeurs moyennées à l'échelle microscopique au niveau local à l'échelle des premiers corps en contact et dans l'autre sens, se servir des données locales à l'échelle macroscopique comme conditions limites à l'échelle microscopique.

En conclusion, nous proposons une synthèse de travaux effectués ainsi que différentes perspectives dans le chapitre 5.

# Chapitre 2

## Cadre numérique

### Sommaire

---

<b>2.1</b>	<b>Introduction</b>	<b>14</b>
<b>2.2</b>	<b>Non Smooth Contact Dynamics</b>	<b>15</b>
2.2.1	De <i>Contact Dynamics</i> à <i>Non Smooth Contact Dynamics</i>	15
2.2.2	Détection des contacts	16
2.2.3	Intégration temporelle	19
2.2.4	Résolution du problème de contact	20
<b>2.3</b>	<b>Loi d'interaction</b>	<b>21</b>
2.3.1	Au sein du troisième corps	22
2.3.2	Représentation des premiers corps à l'échelle locale	24
2.3.3	Connexion premier/troisième corps	26
<b>2.4</b>	<b>Mesures numériques</b>	<b>26</b>
2.4.1	Echelle macroscopique	27
2.4.2	Echelle microscopique	30
2.4.3	Conclusion	34
<b>2.5</b>	<b>LMGC90 : plate-forme de développement</b>	<b>34</b>
<b>2.6</b>	<b>Conclusion</b>	<b>35</b>

---

## 2.1 Introduction

Le chapitre précédent concluait en soulignant l'importance de devoir mener de front à la fois simulations à l'échelle des premiers corps et simulations à l'échelle du troisième corps de façon couplée, ceci afin de franchir un cap supplémentaire dans la modélisation de problèmes tribologiques. Ceci sous entend alors qu'il faut utiliser des méthodes numériques dédiées aux modèles des premiers et troisième corps et qu'il faut mettre en œuvre un dialogue entre ces modèles ou encore développer/utiliser des méthodes permettant de combiner les deux modèles au cœur d'une même simulation : on retrouve ainsi les deux stratégies introduites précédemment à savoir, le *dialogue* entre approches discrète et continue s'apparentant à une méthode d'homogénéisation au contact et, le *couplage* des approches discrète/continue au sein d'une même simulation.

A l'échelle des premiers corps, considérés comme continus d'un point de vue macroscopique, ce sont les méthodes types éléments finis qui sont retenues, afin de pouvoir prendre en compte la déformation élastique des premiers corps ou un comportement plus complexe (amortissement matériau, visco-plasticité, etc.).

A l'échelle du troisième corps, ce sont les méthodes par éléments discrets qui sont retenues car il faut pouvoir prendre en compte le caractère hétérogène et discontinue de l'interface mais aussi pouvoir prendre en compte une dégradation des premiers corps afin de générer des débits sources.

Dans la littérature, la seule approche permettant de traiter simultanément un problème multi-contacts en prenant à la fois une collection de corps rigides et/ou déformables et une structure rigide et/ou déformable, est l'approche développée par Moreau & Jean, i.e. l'approche "Non Smooth Contact Dynamics" (NSCD) [MOR 86, JEA 92, MOR 93, MOR 94, JEA 95, JEA 99]. Afin de s'affranchir d'un couplage de méthodes, qui pourrait être plus optimal mais qui n'est pas l'objectif premier de cette thèse, l'approche NSCD est choisie. En effet, de part les extensions, proposées par Jean, faites à l'approche classique Contact Dynamics, il devient naturel de mélanger des collections de particules dont le comportement peut aussi bien être rigide que déformable.

Dans la suite de ce chapitre nous rappelons dans un premier temps les grandes lignes de l'approches NSCD (gestion des contacts, intégration temporelle et résolution du problème de contact), puis dans un deuxième temps, on s'attardera à présenter les lois de contact développées par la suite et en justifiant leur utilisation

dans un contexte tribologique.

## 2.2 Non Smooth Contact Dynamics

### 2.2.1 De *Contact Dynamics* à *Non Smooth Contact Dynamics*

La méthode Contact Dynamics (CD) développée par Moreau [MOR 86] se veut être une alternative aux approches par éléments discrets conventionnelles, initiées par Cundall au début des années 70 [CUN 71]. Contrairement au formalisme purement explicite des premières méthodes, Moreau développe tout un cadre théorique, basé sur l'analyse convexe [ROC 70, JEA 92], les dérivées au sens des distributions et les fonctions à variations bornées [MOR 86, MOR 94], proposant ainsi, dans certains cas, des théorèmes de convergence, mais surtout s'affranchissant de l'utilisation de paramètres de régularisation numérique pour gérer le contact entre corps rigides.

Plus tard, Jean propose une extension de la méthode pour le traitement de systèmes multi-contacts dont le comportement volumique des particules peut-être déformable [JEA 99] : c'est la naissance de l'approche Non Smooth Contact Dynamics (NSCD). Aujourd'hui cette approche fait référence dans le traitement de systèmes multi-contacts et permet d'aborder des problèmes divers et variés [ACA 00, CHE 04, REN 04b, SAU 06, AZÉ 07, RAF 08]. Nous garderons d'ailleurs cette appellation, i.e. approche multi-contacts, plutôt qu'approche par éléments discrets, cette dernière faisant souvent référence à des méthodes traitant de systèmes composés uniquement de particules rigides. Nous plaçant ici dans un cadre plus large, l'appellation "approche multi-contacts" nous paraît plus appropriée.

Même si l'on préfère parler d'approche multi-contacts, l'approche NSCD classique, au même titre que les approches par éléments discrets, se décompose en trois parties majeures :

- une méthode de gestion des contacts ;
- une intégration temporelle ;
- un algorithme de résolution du problème de contact.

Nous proposons d'explicitier chacune des trois parties dans les sections à venir.

## 2.2.2 Détection des contacts

Il existe de nombreuses méthodes permettant d'effectuer la détection des contacts, indépendamment de la méthode choisie (au sens intégration temporelle et résolution du problème de contact). A titre d'exemple, on peut citer [MUN 04] traitant du sujet, contenant de nombreuses références aux méthodes existant dans la littérature.

Cette détection est en général divisée en deux parties :

- une détection grossière (globale) permettant de calculer rapidement les contacts potentiels ;
- une détection fine (locale) permettant de savoir si oui ou non il y a réellement contact.

### 2.2.2.1 Détection grossière

En ce qui nous concerne, on peut faire référence à deux algorithmes de détection, probablement les plus connus et utilisés dans les approches multi-contacts en mécanique : la triangulation de Delaunay et la méthode des boîtes de Manhattan.

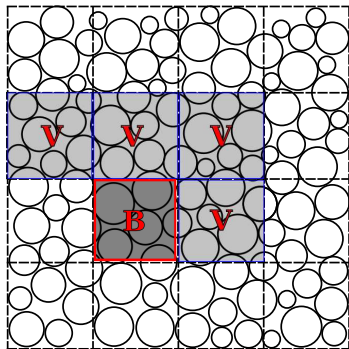


Figure 2.1 – Méthode des boîtes

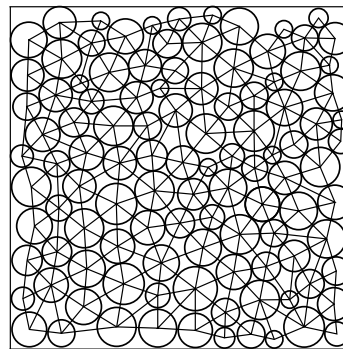


Figure 2.2 – Triangulation de Delaunay

La triangulation de Delaunay consiste à réaliser un maillage connectant les centres de masse des particules voisines sans créer de recoupement de mailles, permettant ainsi d'obtenir directement la liste des contacts potentiels en parcourant la liste des arrêtes résultants du maillage (*c.f.* Figure 2.2). La méthode des boîtes consiste à découper le domaine par des zones de même tailles (*c.f.* Figure 2.1). La taille des zones (ou boîtes) est liée à la taille des particules du domaine. Les éléments du système sont alors associés à une boîte et une seule et la liste des contacts potentiels est obtenue en parcourant les couples de particules d'une même boîte et les couples formés des particules d'une boîte et de ses proches voisines.

Par rapport aux méthodes citées, nous présentons le principe de la méthode des



boîtes que nous utilisons dans les simulations, méthode qui a prouvé son efficacité dans la simulation de l'évolution dynamique de systèmes denses [RAD 96, REN 04b, AZÉ 07, RIC 07].

Le taille des zones découpées est choisie en fonction de la taille des particules (rayon maximal). Une fois le découpage effectué, on répartit les particules dans les boîtes correspondantes : on parle alors de détection grossière (premier tri). Ensuite on procède à une détection plus fine, détection qui va être reliée à la géométrie des particules (disques, polygones, corps déformable, etc.). On considère la particule  $i$  appartenant à une boîte  $B$  (*c.f.* Figure 2.1) du découpage. On commence par détecter tout les contacts susceptibles entre les particules appartenant à la boîte  $B$  puis entre les particules de la boîte  $B$  et les particules appartenant aux boîtes  $V$  constituant le voisinage de  $B$ . Notons que, si l'on se fixe un ordre de parcours, seule une partie des boîtes est à tester.

### 2.2.2.2 Détection fine

Au travers de la liste des contacts potentiels, obtenue grâce à la détection grossière, une itération supplémentaire est réalisée pour détecter les contacts actifs, détection réalisée dans un repère local défini pour chaque contact de la liste des contacts potentiels (*c.f.* Figure 2.3).

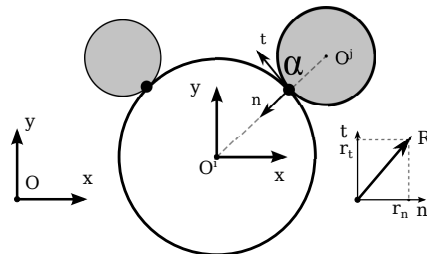


Figure 2.3 – Définition des repères global et local.

Suivant la géométrie des éléments en contact, la détection peut se faire de manière plus ou moins simple (*c.f.* Figure 2.4). Si elle est triviale pour les disques ou des sphères, elle l'est moins pour des polygones ou polyèdres [SAU 06], ou encore pour des corps non convexes.

Pour le cas de contact entre élément rigide et élément déformable, il faut définir les éléments du maillages portant la notion de “contacteur” (au sens élément intervenant dans la détection) pour permettre au maillage d’interagir avec les particules (*c.f.* Figure 2.5). Ce contacteur peut être un point, un segment ou encore un élément hybride comme par exemple un disque rigide rattaché à une maille [CAO 11b].

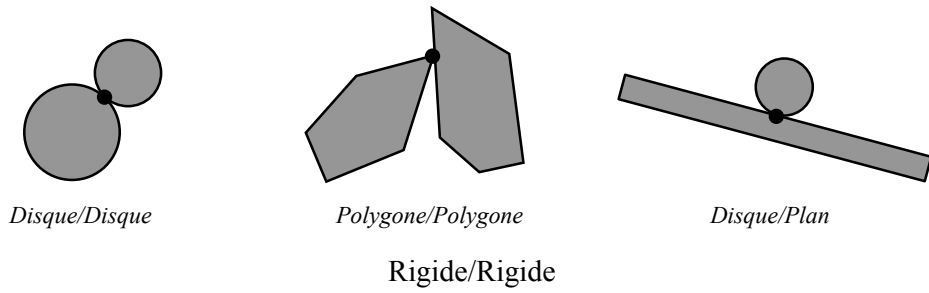


Figure 2.4 – Contact entre deux particules rigides.

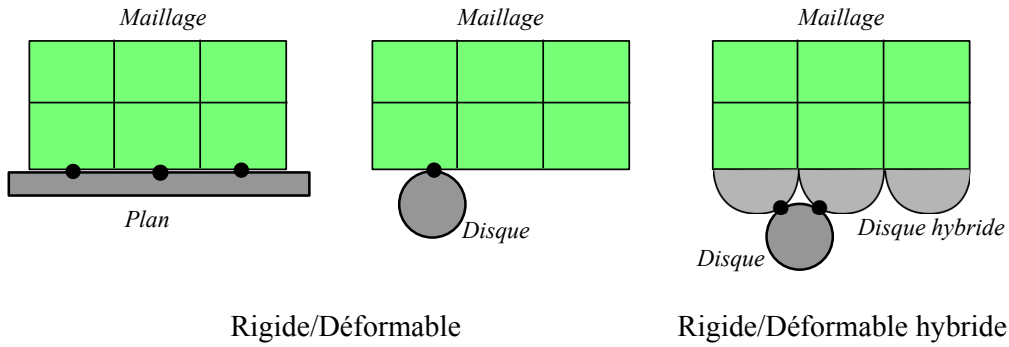


Figure 2.5 – Différentes types de contact entre rigide et déformable.

Pour le contact rigide/déformable, le point de contact entre la ligne associée à la maille et la particule rigide s’obtient par projection suivant la normale à la ligne du centre d’inertie de la particule sur la ligne (*c.f.* Figure 2.6). La force de contact résultante est alors répartie sur les noeuds associés à la ligne par une simple pondération liée à la distance des noeuds au point de contact. Si  $\mathbf{A}$  et  $\mathbf{B}$  représentent les noeuds associés à la ligne et  $\alpha$  le point de contact alors, on note  $\|\mathbf{A}\alpha\| = a$ ,  $\|\mathbf{B}\alpha\| = l - a$  et :

$$\begin{cases} \mathbf{r}^A &= \frac{a}{l}\mathbf{r} \\ \mathbf{r}^B &= \frac{l-a}{l}\mathbf{r} \end{cases}, \quad (2.1)$$

où l’on rappelle que  $\mathbf{r}$  est la force au contact.

Une résistance tangentielle est introduit au contact via un frottement de Coulomb et est distribuée aux noeuds de la même manière que la force normale.

Un changement de repère global/local permet de transférer les informations mécaniques (des forces de contact) du point contact au centre d’inertie pour l’élément rigide et aux noeuds du maillage pour l’élément déformable.

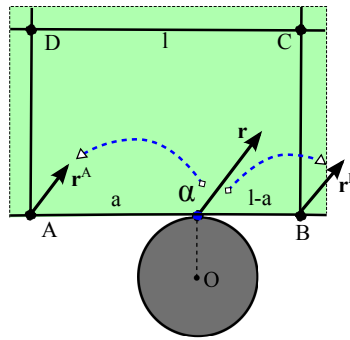


Figure 2.6 – Contact entre une particule rigide et un corps déformable

### 2.2.3 Intégration temporelle

Dans un système discontinu, au sens multi-contacts, des chocs entre particules peuvent se produire. A une échelle de temps petite devant la dimension du problème, il est possible de décrire la vitesse des particules comme une fonction continue, mais ceci peut conduire à des temps de calcul prohibitifs. Si l'on veut s'affranchir de ce problème et utiliser des pas de temps plus grands, il faut donc pouvoir travailler avec des vitesses discontinues et avec des accélérations non définies au sens classique. Pour palier ce problème, Moreau propose une réécriture de l'équation de la dynamique en terme de mesures différentielles, en considérant les dérivées au sens des distributions :

$$\mathbb{M}d\dot{\mathbf{q}} + \mathbb{C}\dot{\mathbf{q}} + \mathbb{K}\mathbf{q} = \mathbf{F}^{ext}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}, t)dt + d\mathbf{R} \quad , \quad (2.2)$$

où  $dt$  est la mesure de Lebesgue,  $d\dot{\mathbf{q}}$  une mesure différentielle d'accélération.  $d\mathbf{R}$  est la densité d'impulsion de contact. Ce formalisme permet de modéliser des chocs par des contributions dans les mesures  $d\dot{\mathbf{q}}$  (discontinuité de vitesse) et  $d\mathbf{R}$  (impulsion instantanée).

En découpant le temps en intervalles  $[t_i, t_{i+1}]$  de longueur  $h$ , l'équation (2.2) peut-être écrite sous une forme équivalente à l'équation 2.3 :

$$\begin{cases} \mathbb{M}(\dot{\mathbf{q}}_{i+1} - \dot{\mathbf{q}}_i) + \mathbb{C}(\mathbf{q}_{i+1} - \mathbf{q}_i) + \mathbb{K} \int_{t_i}^{t_{i+1}} \mathbf{q}_{i+1} dt = \int_{t_i}^{t_{i+1}} \mathbf{F}^{ext}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}, t) dt + \int_{t_i}^{t_{i+1}} \mathbf{R} dt \\ \mathbf{q}_{i+1} = \mathbf{q}_i + \int_{t_i}^{t_{i+1}} \dot{\mathbf{q}}(t) dt \end{cases} \quad (2.3)$$

Dans le système 2.3, l'impulsion de contact moyenne est notée :

$$\mathbf{R}_{i+1} = \frac{1}{h} \int_{t_i}^{t_{i+1}} \mathbf{R} dt \quad . \quad (2.4)$$

La  $\theta$ -méthode est utilisée comme schéma de discrétisation temporel avec des valeurs de  $\theta$  comprises entre 0.5 et 1 pour être inconditionnellement stable. Elle s'apparente à une pondération des quantités obtenues en début et en fin de pas de temps (i.e. des temps  $t_i$  et  $t_{i+1}$ ). En appliquant ce principe aux deux intégrales des membres de droite du système (2.3), on obtient :

$$\left\{ \begin{array}{l} \int_{t_i}^{t_{i+1}} \mathbf{F}^{ext}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}, t) dt = h(\theta \mathbf{F}_{i+1}^{ext} + (1 - \theta) \mathbf{F}_i^{ext}) \\ \int_{t_i}^{t_{i+1}} \dot{\mathbf{q}}(t) dt = h(\theta \dot{\mathbf{q}}_{i+1} + (1 - \theta) \dot{\mathbf{q}}_i) \end{array} \right. \quad . \quad (2.5)$$

En substituant les équations (2.4) et (2.5) dans le système (2.3), on peut réarranger le système suivant deux équations :

$$\left\{ \begin{array}{l} \dot{\mathbf{q}}_{i+1} = \dot{\mathbf{q}}_{free} + \tilde{\mathbf{M}}^{-1} h \mathbf{R}_{i+1} \\ \mathbf{q}_{i+1} = \mathbf{q}_i + h \theta \dot{\mathbf{q}}_{i+1} + h(1 - \theta) \dot{\mathbf{q}}_i \end{array} \right. \quad , \quad (2.6)$$

où  $\dot{\mathbf{q}}_{free}$  représente la vitesse libre calculée sans force de contact :

$$\left\{ \begin{array}{l} \dot{\mathbf{q}}_{free} = \tilde{\mathbf{M}}^{-1} \tilde{\mathbf{M}}_0 \dot{\mathbf{q}}_i + \tilde{\mathbf{M}}^{-1} h \mathbf{R}_{free} \\ h \mathbf{R}_{free} = h(\theta \mathbf{F}_{i+1}^{ext} + (1 - \theta) \mathbf{F}_i^{ext} - \mathbb{K} \mathbf{q}_i) \end{array} \right. \quad . \quad (2.7)$$

Les deux matrices  $\tilde{\mathbf{M}}$  et  $\tilde{\mathbf{M}}_0$  dépendent alors du modèle volumique des éléments :

$$\left\{ \begin{array}{ll} \tilde{\mathbf{M}} = \mathbf{M} + \mathbb{C}h\theta + \mathbb{K}h^2\theta^2 & \text{pour des éléments déformables} \\ = \mathbf{M} & \text{pour des éléments rigides} \\ \tilde{\mathbf{M}}_0 = \mathbf{M} - \mathbb{C}h(1 - \theta) + \mathbb{K}h^2\theta(1 - \theta) & \text{pour des éléments déformables} \\ = \mathbf{M} & \text{pour des éléments rigides} \end{array} \right. \quad . \quad (2.8)$$

Dans un système constitué d'éléments parfaitement rigides, les matrices  $\tilde{\mathbf{M}}$ ,  $\tilde{\mathbf{M}}_0$  et  $\mathbf{M}$  sont identiques. Dans ce cas, les matrices  $\mathbb{C}$  et  $\mathbb{K}$  ne sont pas considérées.

## 2.2.4 Résolution du problème de contact

### 2.2.4.1 Formulation

Le système (2.6) est écrit en terme de variables globales. Ayant un problème multi-contacts, on préfère écrire le problème en terme de variables locales définies

dans les différents repères de contact du système.

Pour cela on utilise les matrices de passage  $\mathbb{H}$  et  $\mathbb{H}^*$  pour changer de configuration :

$$\begin{cases} \mathbf{R} &= \mathbb{H}\mathbf{r} \\ \mathbf{v} &= \mathbb{H}^*\dot{\mathbf{q}} \end{cases} \quad (2.9)$$

Ainsi on peut réécrire le problème 2.6 à l'échelle locale :

$$\begin{cases} \mathbf{v}_{i+1} = \mathbf{v}_{free} + \mathbb{W}h\mathbf{r}_{i+1} \\ \text{Interaction}(\mathbf{v}_{i+1}, \mathbf{r}_{i+1}) \end{cases} \quad (2.10)$$

où  $\mathbb{W}$  ( $= \mathbb{H}^*\tilde{\mathbb{M}}^{-1}\mathbb{H}$ ) est la matrice de **Delassus**. La seconde partie de l'équation (2.10) concerne la loi de contact qui doit être satisfaite par le couple  $(\mathbf{v}_{i+1}, \mathbf{r}_{i+1})$ .

### 2.2.4.2 Algorithme de résolution

Il existe différents algorithmes pour résoudre un problème multi-contacts [ACA 08]. Ici, l'algorithme de type **Gauss-Seidel Non-Linéaire** (NLGS) [JEA 99] est utilisé pour la résolution locale, contact par contact.

Si on considère le contact  $\alpha$  et que l'on suppose les réactions aux autres contacts fixées (par commodités l'indice de temps  $i$  sera omis), l'équation (2.10) peut être réécrite de la façon suivante (itération  $k + 1$ ) :

$$\begin{cases} \mathbf{v}_\alpha^{k+1} - \mathbb{W}_{\alpha\alpha}h\mathbf{r}_\alpha^{k+1} = \mathbf{v}_{\alpha,free} + \sum_{\beta < \alpha}^{N_c} \mathbb{W}_{\alpha\beta}h\mathbf{r}_\beta^{k+1} + \sum_{\beta > \alpha}^{N_c} \mathbb{W}_{\alpha\beta}h\mathbf{r}_\beta^k \\ \text{Interaction}(\mathbf{v}_\alpha^{k+1}, \mathbf{r}_\alpha^{k+1}) \end{cases} \quad (2.11)$$

où  $N_c$  est le nombre de contacts. Ce processus est répété jusqu'à satisfaire un critère de convergence [REN 04a].

La résolution locale de ce problème consiste à trouver le couple  $(\mathbf{v}_\alpha^{k+1}, \mathbf{r}_\alpha^{k+1})$  satisfaisant le système de relations (2.11) où **Interaction** $(\mathbf{v}_\alpha^{k+1}, \mathbf{r}_\alpha^{k+1})$  exprime la loi de contact entre particules.

## 2.3 Loi d'interaction

Si l'on regarde le système (2.10), on s'aperçoit que le choix de la loi d'interaction va avoir de fortes conséquences sur la solution du problème. Toutefois, la ou les

lois d'interaction choisies ne peuvent et ne doivent pas être choisies de n'importe quelle façon. Ce choix doit être effectué suivant des critères bien définies (physique, mécanique, etc), critère que nous allons expliciter par la suite.

Les lois d'interaction dépendent tout d'abord de la nature des particules et du milieu dans lequel elles évoluent. Ainsi, il appartient aux modélisateurs de choisir la loi la plus représentative pour décrire ces conditions. De plus, suivant les échelles de temps ou d'espace considérées dans les modèles, il peut y avoir différentes façons de représenter un même phénomène. Il faut donc encore une fois peser le pour et le contre de chaque modèle. Mais les lois d'interactions peuvent dépendre également de ce que veut représenter le modélisateur et elle peut donc avoir une origine autre que ce qu'elle représente (par exemple, une loi élastique bilatérale pour représenter un effet volumique). Il s'agit plusieurs types lois d'interaction pour expliciter un même phénomène. Notons qu'on peut aussi trouver des combinaisons de ces deux philosophies au sein d'une même simulation.

Plusieurs lois de contact sont étudiées dans la littérature pour modéliser les écoulements de particules. On retrouve aussi pour décrire la partie normale des forces locales de contact :

- des lois de contact pénalisés/régularisés cohésives [IOR 99, FIL 04b, FIL 04a, IOR 05, FIL 07a, FIL 07b, RIC 08] ;
- des lois de contact unilatérales cohésives [REN 08] ;
- des lois de contact avec de la viscosité [CLE 98].

De nombreux travaux ne considèrent pas de partie tangentielle, soulevant le fait que c'est une translation du problème de frottement [ELR 91, GHA 96]. Lorsque celui-ci est traité, il s'agit de loi basée sur celle de type Coulomb [ELP 97, CLE 98].

Nous présentons dans la suite les lois d'interactions utilisées dans nos simulations en justifiant leur choix.

### 2.3.1 Au sein du troisième corps

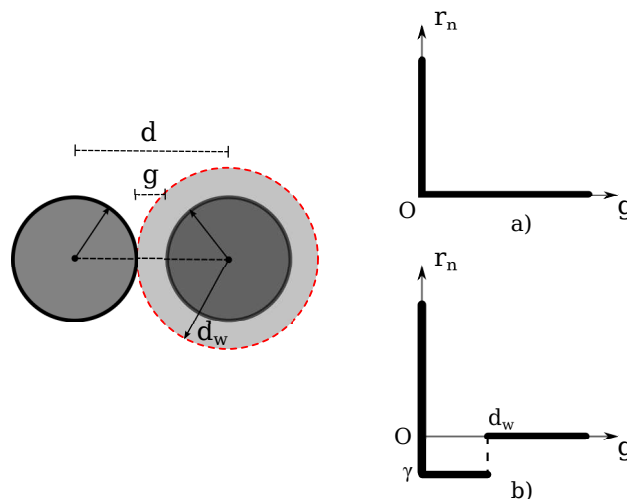
Lors du cisaillement d'un troisième corps, de nombreux phénomènes peuvent se produire : fragmentation, agglomération, réactions chimiques, etc. Tout ces phénomènes peuvent se traduire par des variations des propriétés cohésives des particules de troisième corps. Ceci sous-entend donc qu'il faut prendre en compte une cohésion locale au sein du troisième corps. A cette cohésion, on peut alors se demander s'il est intéressant d'y associer, ou pas, une élasticité locale traduisant un niveau de déformation des particules. Dans des modèles bi-dimensionnels ce paramètre n'est pas

prépondérant [CAO 11b]. On peut donc s'affranchir d'un paramètre de régularisation  $k$  en prenant une loi de contact unilatéral.

Ainsi pour décrire le contact entre particules constituant le troisième corps, on utilise une loi de contact unilatéral cohésive définie par les conditions de complémentarités suivantes :

$$(\mathbf{r}_n + \gamma) \geq 0, \quad g \geq 0, \quad (\mathbf{r}_n + \gamma)g = 0 \quad . \quad (2.12)$$

Le contact unilatéral (condition d'impénétrabilité) se traduit par le fait que l'interstice  $g$  doit rester positif ( $g \geq 0$ ) et que la composante normale de l'impulsion locale, augmentée d'une force cohésive  $\gamma$ , reste elle aussi positive ( $(r_n + \gamma) \geq 0$ ). Le cas sans cohésion ( $\gamma = 0$ ) nous ramène au contact unilatéral classique défini au sens de Signorini.



**Figure 2.7** – Contact unilatéral sans a) ou avec cohésion b)

La figure 2.7 montre les variables locales permettant de définir un contact unilatéral cohésif. Une fois que la cohésion est prise en compte, une zone d'attraction  $d_w$  est définie et associée à la frontière des particules. Si les particules ne sont pas encore entrées dans la zone d'attraction cohésive (i.e.  $g > d_w$ ), le statut "non contact" est défini et  $\mathbf{r}_n = 0$ . Lorsqu'elles sont dans la zone d'attraction (i.e.  $0 < g \leq d_w$ ) alors  $\mathbf{r}_n = -\gamma$  et le statut "contact actif" est défini. Pour  $g = 0$ , il faut déterminer la valeur de  $\mathbf{r}_n$  dans l'intervalle  $[-\gamma, +\infty]$ , en fonction des conditions initiales appliquées à la particule. Dans la suite du manuscrit, on notera cette loi *IQS* pour le cas sans cohésion et *IQS-WET* pour le cas avec cohésion.

### 2.3.2 Représentation des premiers corps à l'échelle locale

A l'échelle globale les premiers corps sont considérés purement élastiques avec la prise en compte d'un amortissement matériau représenté par un amortissement de Rayleigh ( $\mathbb{C} = \alpha\mathbb{M} + \beta\mathbb{K}$ ). Il faut donc qu'à l'échelle locale, la loi d'interaction entre éléments puisse rendre compte d'un tel comportement (pour de petites déformations). En plus de ce comportement, on souhaite y associer une dégradation des premiers corps, donc cet aspect doit également se retrouver dans la loi d'interaction.

Afin de prendre en compte cet aspect, une loi de contact basée sur le modèle zone cohésive (CZM) [RAO 99, PER 05] est utilisée. Ce modèle est basé sur une formulation thermodynamique locale, comme proposé par Fremond [FRE 87].

Cette loi se base sur différents paramètres :

- des raideurs normales et tangentielle,  $C_n$  et  $C_t$ ;
- une énergie  $w$  permettant avec  $C_n$  de déterminer la valeur de la contrainte et des déplacements à la rupture.

La force cohésive est représentée dans la figure 2.8 et se traduit par la formule :

$$\begin{cases} \mathbf{r}_n^{coh} &= S^*(C_n\beta^2 g_n) \\ \mathbf{r}_t^{coh} &= S^*(C_t\beta^2 g_t) \end{cases}, \quad (2.13)$$

où  $\mathbf{r}_n^{coh}$ ,  $\mathbf{r}_t^{coh}$  la force cohésive normale et tangentielle,  $S^*$  représente la surface effective de cohésion entre deux particules en contact dont les rayons sont  $r_1$  et  $r_2$ . Elle est donc calculée par :

$$\frac{1}{S^*} = \frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2}, \quad (2.14)$$

et  $g_n, g_t$  est la distance normale et tangentielle entre deux particules.

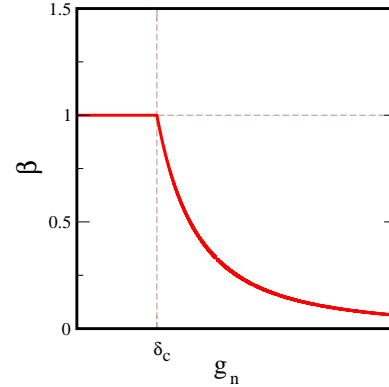
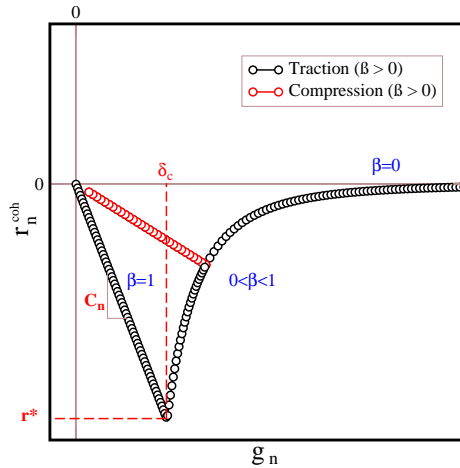
Le variable  $\beta$  représente l'intensité d'endommagement de la liaison, allant de 1 pour une liaison intacte à 0 pour une liaison totalement rompue, fonction de  $C_n$ ,  $C_t$ ,  $w$ ,  $g_n$ ,  $g_t$  :

$$\beta = \min\left(1; \frac{w}{C_n g_n^2 + C_t g_t^2}\right). \quad (2.15)$$

La figure 2.9 montre l'allure de l'évolution de  $\beta$  en fonction de  $g_n$ . Dans le cas d'une traction simple (uni-axiale), le seuil d'élasticité  $\delta_n$  (i.e.  $\beta < 1$  si  $g_n > \delta_n$ ) est calculé par :

$$\delta_n = \sqrt{\frac{w}{C_n}}. \quad (2.16)$$





**Figure 2.8** – Force de contact cohésive calculée par la loi CZM. **Figure 2.9** – Evolution de  $\beta$  en fonction de  $g_n$ .

Dans le cas d’une compression de deux particules, la force de contact est représentée par une condition d’impénétrabilité (*c.f.* Figure courbe noire 2.10) :

$$(\mathbf{r}_n + \mathbf{r}_n^{coh}) \geq 0, \quad g_n \geq 0, \quad (\mathbf{r}_n + \mathbf{r}_n^{coh})g_n = 0 \quad . \quad (2.17)$$

Cette loi est baptisée *IQS-CZM* pour “Inelastic Quasi-Chocks with Cohesive Zone Model”.

La loi de contact précédente comporte une capacité élastique uniquement en traction. Dans une collection de particules, il peut être nécessaire d’avoir une réponse élastique à la compression autre que la réponse élastique en traction des contacts dont l’orientation est perpendiculaire à la direction de compression. Pour voir si l’ajout d’une raideur a une répercussion sur le comportement macroscopique, une raideur en compression, notée  $k$ , est ajoutée à la loi CZM classique (*IQS-CZM*), créant ainsi une nouvelle loi appelée par extension *ELAS-CZM* (*c.f.* Figure courbe 2.10). Elle se traduit par le système d’équation :

$$\begin{cases} Si & g_n \geq 0, & \mathbf{r}_n + \mathbf{r}_n^{coh} = 0 \\ Si & d_e < g_n < 0, & \mathbf{r}_n + kg_n = 0 \\ Si & g_n < d_e, & (\mathbf{r}_n + kd_e)(d_e - g_n) = 0 \end{cases} , \quad (2.18)$$

où  $d_e$  est le seuil maximal de pénétration.

Une fois la liaison brisée, les deux corps reliés par la loi CZM interagissent via une loi de contact unilatéral (ou élastique). En absence de cohésion cette loi est notée *IQS-CZM/ELAS-CZM* tandis qu’elle sera baptisée *IQS-WET-CZM/ELAS-WET-CZM* si une cohésion non nulle intervient après rupture.

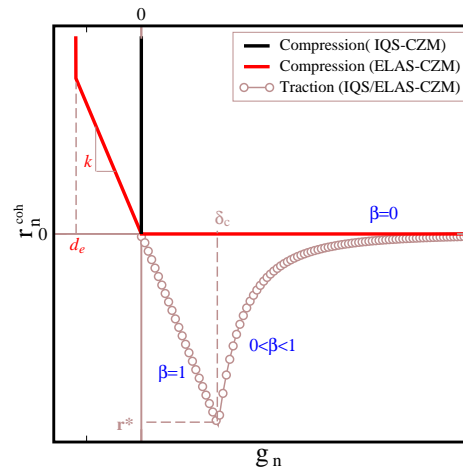


Figure 2.10 – Force de contact calculée par la loi CZM

### 2.3.3 Connexion premier/troisième corps

A l'échelle locale, la transition premier corps/troisième corps va se faire en utilisant les lois d'interactions utilisées au sein du troisième corps.

Celles-ci peuvent être traitées soit par pénalisation soit par multiplicateurs de Lagrange. Travaillant avec l'approche NSCD, c'est bien cette deuxième formulation qui est utilisée pour gérer le contact corps déformable/corps rigide.

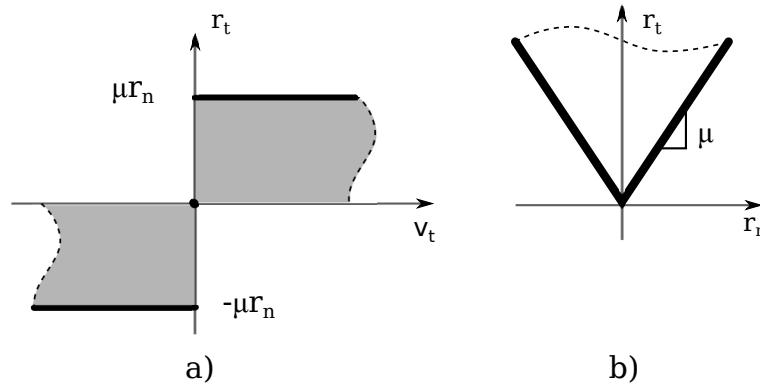
La loi de contact utilisée est également une loi de contact unilatéral, mais elle n'est pas écrite en vitesse comme pour un contact rigide/rigide mais en déplacement car elle fait intervenir des éléments déformables pour lesquels le traitement du contact s'écrit en déplacement afin de préserver l'impénétrabilité.

Lorsqu'une structure est modélisée, on associe à cette loi une loi de frottement associé à un coefficient  $\mu$ , par exemple, la loi de frottement de type "Amontons-Coulomb" (*c.f.* Figure 2.11) :

$$\begin{cases} \mathbf{r}_t \in [-\mu \mathbf{r}_n, \mu \mathbf{r}_n] \\ \mathbf{v}_t = 0 & \text{alors } \mathbf{r}_t = 0 \\ \mathbf{v}_t > 0 & \text{alors } \mathbf{r}_t = -\mu \mathbf{r}_n \\ \mathbf{v}_t < 0 & \text{alors } \mathbf{r}_t = -\mu \mathbf{r}_n \end{cases} \quad (2.19)$$

## 2.4 Mesures numériques

Maintenant que l'approche utilisée a été explicitée, aussi bien d'un point de vue formulation globale que locale, nous détaillons les différents outils de mesure



**Figure 2.11** – Graphe représentant le frottement Coulomb en fonction de  $r_n$  a) et  $r_t$  b)

qui seront utilisés lors des prochains chapitres. Nous avons fait le choix de tout rassembler dans une section unique plutôt que dispatcher les différents outils de mesures dans les différents chapitres évitant ainsi certaines répétitions.

Ces outils de mesures sont dissociés en une partie micro et une partie macro.

## 2.4.1 Echelle macroscopique

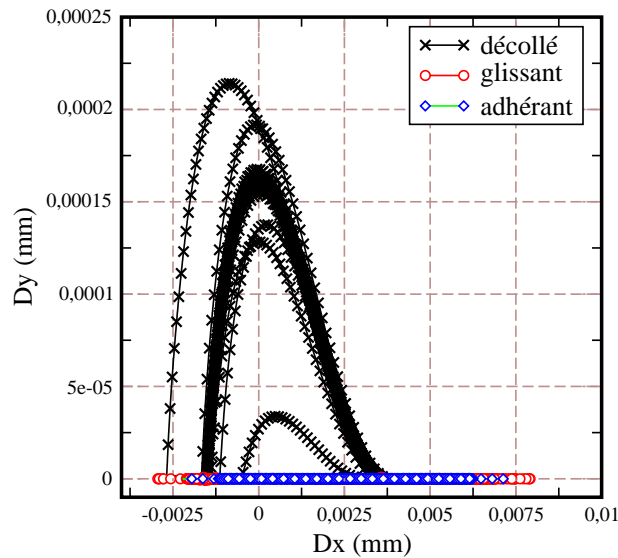
### 2.4.1.1 Instabilités de contact

Les instabilités de contact sont reliées à des vibrations apparues au niveau de l'interface de contact et sont des conséquences du chargement dynamique non linéaire due au contact frottant. Ces instabilités générées à l'interface de contact sont déterminées localement au cours de la simulation. Pour les identifier, les trajectoires des points au contact sont mesurées en précisant, à un instant  $t$ , le statut du point.

Dans le cas où ils sont en contact, le statut des points peut être en contact adhérent ou en contact glissant et dans le cas contraire, le statut des points est décollé (*c.f.* Figure 2.12). Quatre types différents d'instabilités peuvent alors être distingués [LIN 03] suivant le statut des points en contact :

- adhérence - glissement - décollement ;
- adhérence - glissement ;
- adhérence - décollement ;
- glissement - décollement.

Une mesure des taux d'adhérence, glissement, ou décollement générés à l'interface de contact est effectuée également au cours de simulation. Ces différents taux sont exprimés de la façon suivantes :



**Figure 2.12** – Statuts d'un point en contact identifiés par les trajectoires suivant  $x$  et  $y$ .

$$\begin{cases} T_g(t) = \frac{1}{N_c} \sum_{1}^{N_c} N_g(t) \\ T_a(t) = \frac{1}{N_c} \sum_{1}^{N_c} N_a(t) \\ T_d(t) = \frac{1}{N_c} \sum_{1}^{N_c} N_d(t) \end{cases}, \quad (2.20)$$

où  $T_g(t), T_a(t), T_d(t)$  sont respectivement les taux d'adhérence, de glissement et de décollement.  $N_c$  est le nombre de points en contact et  $N_g, N_a, N_d$  le nombre de points associés au statut glissant, adhérent ou décollé. La somme des taux de statut est conservé, i.e. :  $T_g(t) + T_a(t) + T_d(t) = 1$ .

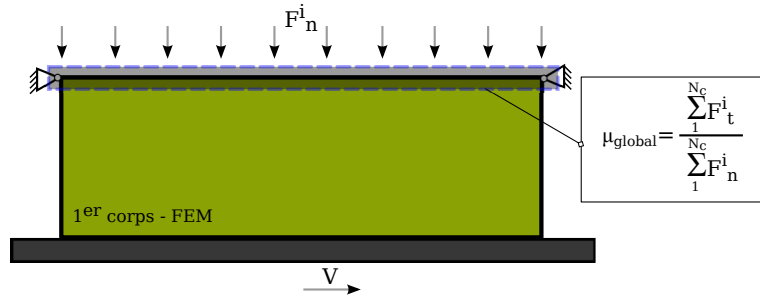
Lorsque ces taux sont stables, ces paramètres caractéristiques nous permettent d'identifier le régime des instabilités de contact.

#### 2.4.1.2 Frottement macroscopique

Lors de l'analyse dynamique transitoire, le coefficient de frottement global ( $\mu_{global}$ ), est calculé à partir du ratio entre la somme des forces tangentielles ( $\mathbf{F}_t$ ) et la somme des forces normales ( $\mathbf{F}_n$ ) appliquées au niveau de la face supérieure du modèle (*c.f.* Figure 2.13). Il se traduit par l'équation :

$$\mu_{global} = \frac{\sum_1^{N_c} \mathbf{F}_t^i}{\sum_1^{N_c} \mathbf{F}_n^i} \quad , \quad (2.21)$$

où  $N_c$  est le nombre de points de contact sur la surface du modèle.



**Figure 2.13** – *Mesure de frottement global dans la simulation*

Ce coefficient s’approche le plus de celui mesuré expérimentalement et permet de prendre en compte l’influence de la dynamique ainsi que la distribution des ondes [PEL 07a] dans le matériau.

### 2.4.1.3 Energie dissipée

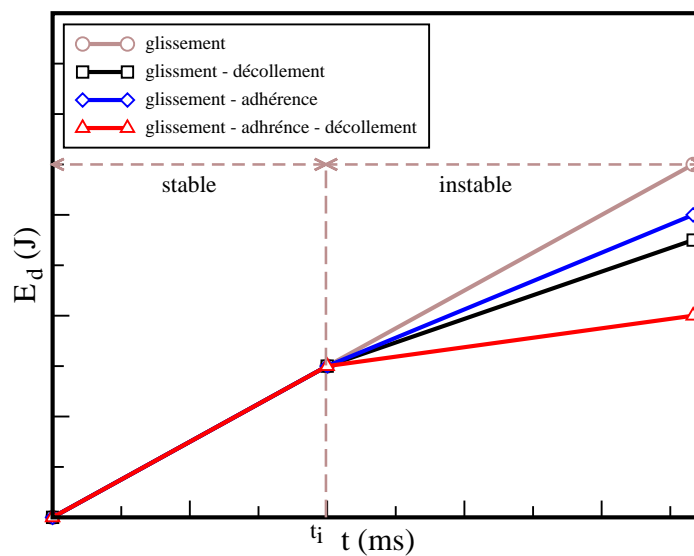
L’énergie globale introduite dans le système mécanique via les conditions limites (pression et vitesse de cisaillement) peut-être utilisée dans le système sous différents mécanismes tels que le dégagement de chaleur, la déformation des corps, les transformations tribologiques de surface ou encore les vibrations. A cette échelle, la dissipation d’énergie par frottement de type Coulomb est mesurée pour retrouver les différentes vibrations locales. Cette dissipation d’énergie induite par frottement est calculée par :

$$E_d^k = \sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^{N_c} \frac{1}{2} (\mathbf{v}_{n,j}^i h \mathbf{r}_{n,j}^i + \mathbf{v}_{t,j}^i h \mathbf{r}_{t,j}^i) \quad , \quad (2.22)$$

où  $E_d^k$  est la dissipation d’énergie calculée pour l’itération  $k$ ,  $\mathbf{v}_{n,j}^i, \mathbf{v}_{t,j}^i$  les vitesses relatives,  $\mathbf{r}_{n,j}^i, \mathbf{r}_{t,j}^i$  les forces de contact normale et tangentielle pour le contact  $j$  à l’itération  $i$ .

Il est possible de faire l’hypothèse que cette dissipation d’énergie est modifiée lors de l’apparition des instabilités de contact. Les différents régimes d’instabilités

de contact se traduisent par des valeurs différentes de quantité d'énergie dissipée par frottement. Elle est plus faible dans le cas d'instabilité du type *adhérence-glissement-décollement* (c.f. Figure courbe rouge 2.14), ceci peut être expliqué par les zones adhérentes ( $\mathbf{v}_{t,i}^k, \mathbf{v}_{t,i}^k = 0$ ) ou les zones décollantes ( $\mathbf{r}_{t,i}^k = 0$  nul et  $\mathbf{v}_{t,i}^k, \mathbf{v}_{t,i}^k \neq 0$ ) remplaçant les zones glissantes. Identiquement, aux autres régimes de type *glissement-décollement* ou *glissement-adhérence* correspondent différentes courbes de dissipation d'énergie (c.f. Figure courbe rouge et noire 2.14). Notons que dans tous les cas, elles sont toujours inférieures à celle dissipée dans le cas du régime stabilisé du système *glissement pur* (c.f. Figure courbe grise 2.14).



**Figure 2.14** – Dissipation d'énergie par frottement de différentes instabilités de contact

## 2.4.2 Echelle microscopique

### 2.4.2.1 Paramètres caractéristiques d'un cisaillement

Afin de pouvoir comparer les résultats à d'autres travaux de la littérature, il est important d'utiliser des paramètres dit sans dimension. De ce fait, il devient alors possible de comparer des résultats numériques entre eux mais aussi des résultats numériques avec des résultats expérimentaux.

En ce qui concerne les écoulements granulaires, ils peuvent être caractérisés par différents indicateurs. Un de ces premiers indicateurs est le taux de cisaillement, noté  $\dot{\tau}$ , qui est défini comme le rapport de la vitesse imposée  $V$  sur l'épaisseur de la couche cisailée  $H$  :

$$\dot{\tau} = \frac{V}{H} . \quad (2.23)$$

Toutefois, cet indicateur ne prend pas en compte la pression imposée dans le système. Pour cela, nous devons introduire la notion de nombre inertiel, noté  $I$ , calculé par la formule :

$$I = \dot{\tau} \sqrt{\frac{m}{P}} , \quad (2.24)$$

où  $m$  est le masse et  $P$  est la pression imposée.

Notons qu'on ne calcule  $I$  par l'équation 2.24 que pour la couche cisillée, i.e le troisième corps. Cependant, ce calcul n'est effectué que lorsque l'épaisseur du troisième corps est suffisante et en état stationnaire pour que la valeur moyenne de  $H$  soit stable.

Dans les échantillons considérant une force de cohésion  $\gamma$ , on utilise l'indicateur d'intensité de cohésion, noté  $\eta$ . Il se traduit par le formule :

$$\eta = \frac{\gamma}{Pd} . \quad (2.25)$$

Cette valeur permet de relier le comportement du troisième corps à la pression appliquée au système.

#### 2.4.2.2 Tenseurs de contrainte dans le milieu granulaire

Il existe de nombreuses définitions du tenseur de contraintes pour un milieu granulaire en équilibre ou quasi-équilibre. Dans le cas statique, dans celle proposée par Moreau qui introduit la notion de "moment interne", on définit le tenseur de contrainte moyen, noté  $\sigma_{ij}$ , sur un échantillon de volume  $V(\Omega)$  comme le produit tensoriel des forces de contact et des vecteurs inter-centres  $d$ . Ce tenseur s'écrit sous forme :

$$\sigma_{ij} = \frac{1}{V(\Omega)} \sum_{\alpha=1}^{Nc} d_i^\alpha r_j^\alpha . \quad (2.26)$$

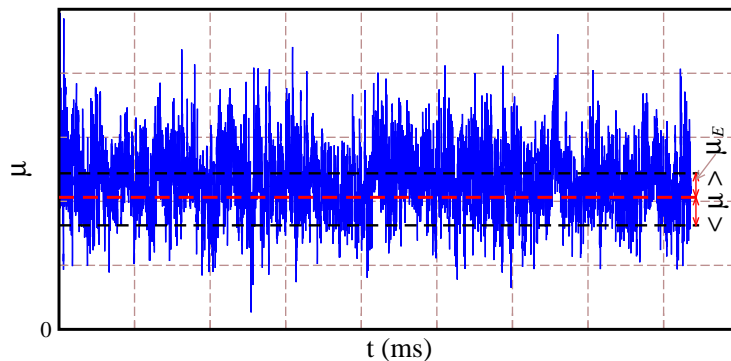
Nous utilisons également deux grandeurs rattachées au tenseur de contrainte :  $p$  et  $q$  représentant respectivement la moyenne des contraintes principales et la partie déviatrice.

### 2.4.2.3 Coefficient de frottement macroscopique

Dans le modèle éléments discrets, il est possible de mesurer le coefficient de frottement macroscopique lors du cisaillement bien qu'aucun coefficient de frottement local (entre particules) ne soit introduit dans le modèle. Ce coefficient de frottement macroscopique est défini comme le rapport de la somme de la composante tangentielle, des forces, notée  $\mathbf{R}_t^i$ , exercées sur les particules de l'interface  $\mathbf{R}_t^i$  sur la force normale appliquée au système, notée  $\mathbf{F}_n$  :

$$\mu(t) = \frac{\sum^{N_c} \mathbf{R}_t^i(t)}{\mathbf{F}_n(t)} \quad (2.27)$$

La figure 2.15 montre un exemple d'évolution du coefficient de frottement macroscopique mesurée lors d'un essai de cisaillement à l'échelle locale. On constate que cette évolution est bruitée mais en régime stabilisé, on peut lui associer une valeur moyenne, notée  $\langle \mu \rangle$  et un carte-type, noté  $\mu_E$ , jouant le rôle de barre d'erreur.



**Figure 2.15** – Exemple d'évolution du frottement macroscopique en fonction du temps - définition de la valeur moyenne du frottement  $\langle \mu \rangle$  et d'écart-type  $\mu_E$ .

### 2.4.2.4 Profils au sein du milieu

Lorsque un échantillon est soumis à des sollicitations tribologiques, on observe une période de transition (plus ou moins longue suivant les données du problème), suivie d'une période stationnaire. Une fois cette période atteinte, nous pouvons mesurer différentes grandeurs moyennes (vitesse, contrainte, débit source interne, etc.) au travers de l'épaisseur du milieu. Ceux-ci sont calculés par "tranche" au travers de l'épaisseur de l'échantillon.



Pour cela, on découpe l'échantillon en tranches suivant sa hauteur où la grandeur  $\langle X \rangle$  peut être calculé de la façon suivante :

$$\langle X \rangle_i = \frac{1}{N_t} \sum_{k=1}^{N_t} \left( \frac{1}{n_{i,k}} \sum_j^{n_{i,k}} X_j \right) , \quad (2.28)$$

où  $N_t$  est le nombre de points de traitement des données au cours du temps,  $n_{i,k}$  le nombre de particules présentes dans le tranche  $i$  pour le point de mesure  $k$ .

Usuellement ce type de profil est tracé lorsque toute la hauteur de l'échantillon est sollicitée. Dans un modèle prenant en compte la dégradation des premiers corps, on se retrouve ainsi avec deux phases à caractériser, une phase solide et une fluide, évoluant au cours du temps (dû à la dégradation des premiers corps). Cependant, une fois l'épaisseur de troisième corps suffisante et stationnaire, il est alors possible de tracer les différents profils à la fois dans le premier corps et dans le troisième corps (*c.f. Figure 2.16 b*).

#### 2.4.2.5 Evolution du débit source interne

En complément de la variable  $\beta$  définissant l'endommagement d'une interaction régit par la loi CZM, on définit un pseudo endommagement rattaché aux particules. Cet endommagement ne caractérise pas l'état même de la particule mais plutôt, l'état des interactions entre la particule et les particules voisines (en moyenne), définissant ainsi sa tenue vis à vis de son voisinage direct.

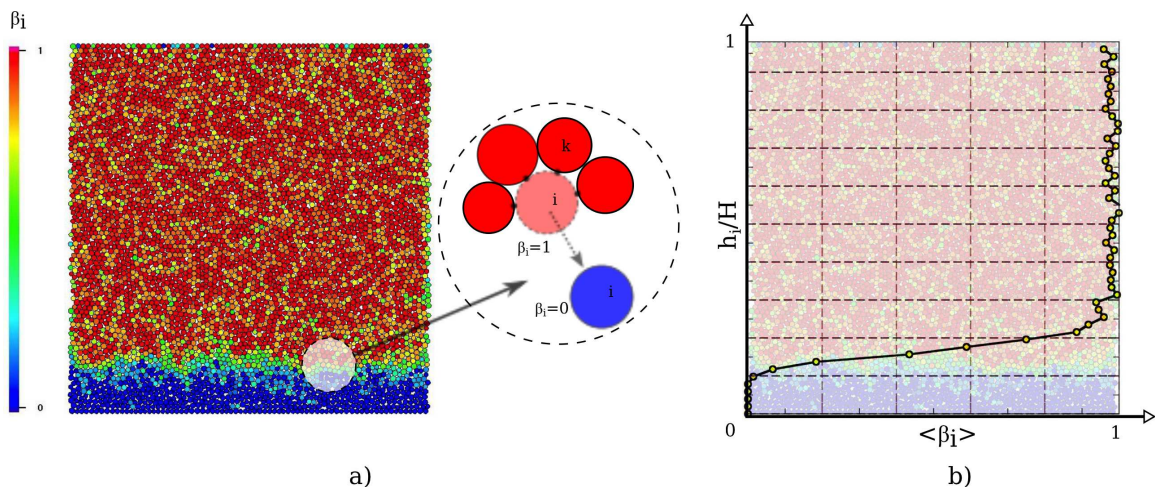
Cette variable, notée  $\beta_i$ , est définie de la façon suivante :

$$\beta_i = \frac{1}{N_c(i)} \sum_{\alpha \in \mathcal{L}(i)} \beta_\alpha , \quad (2.29)$$

où  $N_c(i)$  est le nombre de contact de la particule  $i$  et  $\mathcal{L}(i)$  la liste des contact impliquant  $i$ . Un exemple de distribution d'intensité d'endommagement  $\beta_i$  dans le milieu est représentée dans la figure 2.16 a) et les valeurs moyennes par tranches dans 2.16 b).

Dans le cadre de notre travail, l'évolution du débit source interne par endommagement est observée par différentes mesures locales telles que :

- la capacité d'endommagement du premier corps donné par la somme totale de  $\beta_i$  dans le milieu ;
- l'évolution du nombre de contacts entre premier corps/troisième corps ou troisième corps/troisième corps ;



**Figure 2.16** – *Distribution de l'intensité d'endommagement  $\beta_i$  a) et mesure des valeurs moyennes par tranches b) dans le milieu granulaire.*

- le nombre de particules (ou volume de troisième corps) au cours de la simulation.

### 2.4.3 Conclusion

Dans cette section, différents paramètres d'étude ont été choisis pour caractériser le comportement des premiers corps et du troisième corps. Les paramètres choisis sont suffisamment génériques pour pouvoir comparer nos résultats numériques avec ceux de la littérature, mais aussi avec des résultats expérimentaux.

## 2.5 LMGC90 : plate-forme de développement

Pour nos recherches nous avons bénéficié de la plate-forme de calcul LMGC90 (Logiciel de Mécanique Gérant le Contact écrit en fortran 90) créée par M. Jean et re-développé par F. Dubois [DUB 03] bénéficiant depuis plus de dix ans de nombreuses contributions [REN 04a, REN 04b, SAU 04, AZÉ 07, MAR 10, ICÉ 10]. Cette plate-forme logiciel, initialement conçue dans un esprit orienté objet, possède de nombreuses extensions, et permet assez facilement l'ajout de nouvelles fonctionnalités ou de modules développés (dans notre étude, l'ajout de nouvelles lois d'interaction). Comme elle permet de traiter des problèmes de contacts aussi bien entre corps rigides qu'entre corps déformables. L'approche NSCD est utilisée dans la plate-forme de calcul pour des modélisations en 2D et 3D [LMG ].

## 2.6 Conclusion

Grâce au formalisme introduit précédemment, nous avons maintenant en main un outil robuste pour résoudre notre problème de contact local et l'appliquer à des problèmes de la tribologie numérique. L'approche NSCD est choisie pour les raisons suivantes :

- la méthode s'appuie sur un formalisme mathématique robuste et est capable d'utiliser différents types de particules, nous permettant de travailler à différentes échelles ;
- le contact est traité sans utiliser nécessairement une régularisation ;
- aucune condition sur le pas de temps n'est nécessaire pour stabiliser le schéma numérique, nous permettant de choisir des pas de temps sans contrainte numérique.

Nous avons présenté l'approche "Non Smooth Contact Dynamics", les lois de contact, ainsi que les comportements des corps rigide et déformable. Dans la suite, nous allons étudier la qualité de cette approche lorsque l'on veut prendre en compte différentes échelles tribologiques de deux façons différentes :

- par un **dialogue fort** traduit par un couplage éléments finis/éléments discrets au sein d'une même simulation (chapitre 3) ;
- par un **dialogue faible** traduit par l'homogénéisation de VER (Volume élémentaire représentatif) décrit en donnée d'entrée de modèle éléments finis (chapitre 4).



# Chapitre 3

## Couplage discret/continue : instabilités dynamiques et le troisième corps

### Sommaire

---

<b>3.1</b>	<b>Introduction</b>	<b>38</b>
<b>3.2</b>	<b>Dispositif expérimental</b>	<b>39</b>
<b>3.3</b>	<b>Analyse modale du système</b>	<b>41</b>
<b>3.4</b>	<b>Analyse transitoire sans troisième corps</b>	<b>42</b>
3.4.1	Modèles numériques	42
3.4.2	Analyse de convergence et amortissement	43
3.4.3	Instabilités de crissement	46
3.4.4	Conclusion	48
<b>3.5</b>	<b>Analyse transitoire avec troisième corps</b>	<b>48</b>
3.5.1	Modèle numérique	48
3.5.2	Macro-particule et régimes d'instabilités	49
3.5.3	Influence de la taille des macro-particules	53
3.5.4	Compétition entre deux macro-particules	55
<b>3.6</b>	<b>Conclusion</b>	<b>62</b>

---

## 3.1 Introduction

En partie grâce aux travaux de thèse de H.-P Cao, il est aujourd’hui possible de coupler approche discrète et continue au sein d’une même simulation [CAO 11a, CAO 11b], en utilisant un couplage FEM/DEM<sup>1</sup>. Ce type de couplage est un premier pas vers un dialogue entre échelles surtout lorsqu’il est possible d’avoir ou de garder un grand rapport “taille de maille/rayon de particules”.

Mais même si les travaux précédents [CAO 11a] ont permis de franchir un pas important, en proposant pour la première fois la modélisation d’une interface tribologique en prenant en compte à la fois la rhéologie du troisième corps et la déformation de la structure, ils n’en restent pas moins encore phénoménologiques, car construit sur des modèles sans réalité physique, s’inscrivant plus dans une étude de faisabilité. Le but ici est donc de poursuivre cette démarche en essayant de tendre vers des résultats plus quantitatifs.

Pour cela, un dispositif expérimental modèle est utilisé [REN 12] mettant en contact un disque en polycarbonate et un manchon en acier afin de pouvoir confronter résultats expérimentaux et numériques. Pour cela, on peut voir ce travail en deux étapes.

La première étape est la conception d’un modèle éléments finis représentant les premiers corps utilisés dans le dispositif expérimental. Des aller/retour les essais expérimentaux sont donc nécessaires pour définir à la fois le modèle et pour optimiser le design du dispositif expérimental.

Ensuite, nous proposons d’introduire à l’interface du modèle éléments finis des collections de particules rigides afin de créer artificiellement un troisième corps. Les résultats obtenus seront comparés à des simulations sans éléments discrets puis comparés aux résultats expérimentaux.

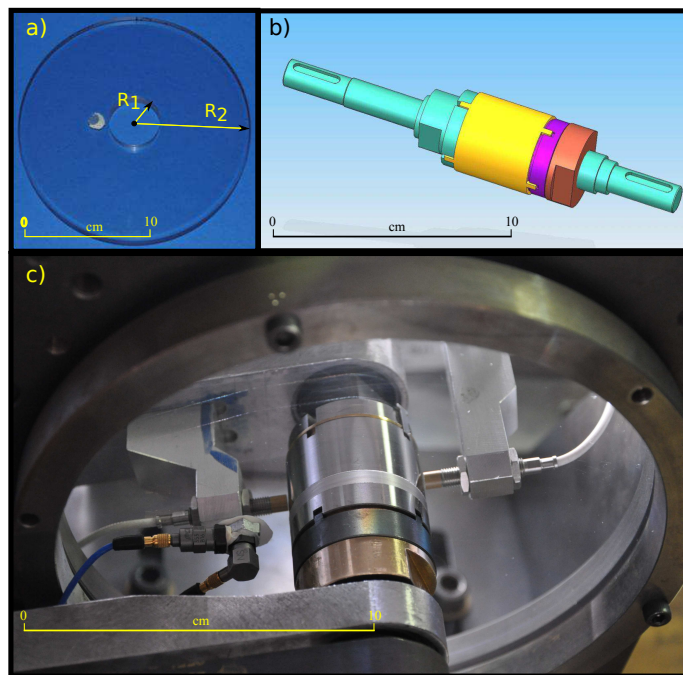
Après une présentation du dispositif expérimental précisant la géométrie, le comportement et les conditions aux limites, une analyse vibratoire du dispositif sans troisième corps est présentée afin de valider le modèle sans troisième corps. Ensuite, une analyse avec troisième corps est réalisée. La confrontation entre résultats numériques/expérimentaux conclura cette partie.

---

1. Notons que les travaux de Robbins et Molinari [LUA 06, ANC 09] ouvre dans le même sens, mais ne sont pas à notre échelle d’étude

## 3.2 Dispositif expérimental

En parallèle des modélisations numériques, un dispositif expérimental avec contact frottant est défini. Ce dispositif met en contact un disque en polycarbonate et un manchon en acier (*c.f. Figure 3.1 a)*). Le contact se fait par dilatation radiale du manchon jusqu'à une pression donnée. Le disque est choisi en polycarbonate car il permet à la fois la création de particules de troisième corps et l'observation des contraintes au sein du matériau en utilisant la technique de photoélasticimétrie (dû à la propriété de biréfringence du polycarbonate), et les instabilités dynamiques dû à la rotation du manchon.



**Figure 3.1** – *Disque en polycarbonate a) et manchon en acier b) et le dispositif expérimental c).*

Ainsi ce dispositif est le lieu naturel d'un couplage entre échelles tribologiques, pour confronter simulations expérimentales et simulations numériques [REN 12]. Pour cela, à chaque échelle tribologique, il est nécessaire de trouver les points de comparaisons entre les deux approches. En effet, ces points prennent en compte des besoins/restrictions tant numériques qu'expérimentales tels que :

- la vitesse instantanée, la dilatation radiale (pour maintenir une pression), les propriétés mécaniques, les contraintes principales et le dispositif pour reproduire et visualiser des instabilités dynamiques de contact de type crissement à l'échelles des premiers corps ;

- la morphologie des agglomérats formés et la visualisation des écoulements de troisième corps dans les contact.

Ce disque en polycarbonate est fixé à l’extérieur par une couronne qui permettra de modéliser cette fixation par un encastrement régulier du disque et aussi de ne pas perturber l’axisymétrie du système. Le disque est également en contact à l’intérieur avec un corps rigide. Ce corps (premier corps) rigide est un manchon hydraulique en acier (*c.f. Figure 3.1 b*) permettant de réaliser une mise en charge radiale axisymétrique d’une différence de dilatation de rayon d’environ  $20\text{--}30\ \mu\text{m}$  et d’imposer une vitesse instantanée périphérique. La figure 3.1 c) montre le dispositif final utilisé dans l’approche expérimentale.

Ainsi pour la modélisation des premier corps en contact, la géométrie et les matériaux des modèles aux éléments finis sont acquis à partir du dispositif expérimental et sont synthétisés ci-après. Un disque en Polycarbonate (PSM1-Vishay) de rayon intérieur de  $20.5\ \text{mm}$  et de rayon extérieur  $90\ \text{mm}$  de est mis en contact avec un disque d’acier de  $20.5\ \text{mm}$  de rayon extérieur. Les propriétés mécaniques du matériau utilisé sont données dans le tableau 3.1 :

<b>Disque en polycarbonate</b>		
Rayon intérieur	$R_1$	$20.5\ \text{mm}$
Rayon extérieur	$R_2$	$90\ \text{mm}$
Module d’Young	$E$	$2500\ \text{MPa}$
Masse volumique	$\rho_1$	$1202\ \text{kg.m}^{-3}$
Coefficient de poisson	$\nu_1$	$0.38$
<b>Cylindre en acier</b>		
Rayon extérieur	$R_c$	$20.5\ \text{mm}$

**Table 3.1** – Géométrie du modèle et propriétés du matériau utilisé dans les simulations.

Plusieurs échanges entre modèle expérimental et modèle numérique ont permis d’arriver à la définition d’un mécanisme de serrage expérimental qui puisse être facilement modélisé dans les modèles numériques. Le dispositif de serrage permet un serrage rigide et axisymétrique du disque en polycarbonate.

Concernant les conditions aux limites du modèle numérique, les degrés de liberté des nœuds du rayon extérieur du disque en polycarbonate sont bloqués ; le cylindre intérieur est mis en rotation avec une vitesse de  $62.5\ \text{rad s}^{-1}$  (au sens antiphonaire) tandis que le rayon du manchon subit une expansion de  $25\ \mu\text{m}$ .

Ainsi, la charge radiale obtenue avec la dilatation du cylindre en acier, est re-



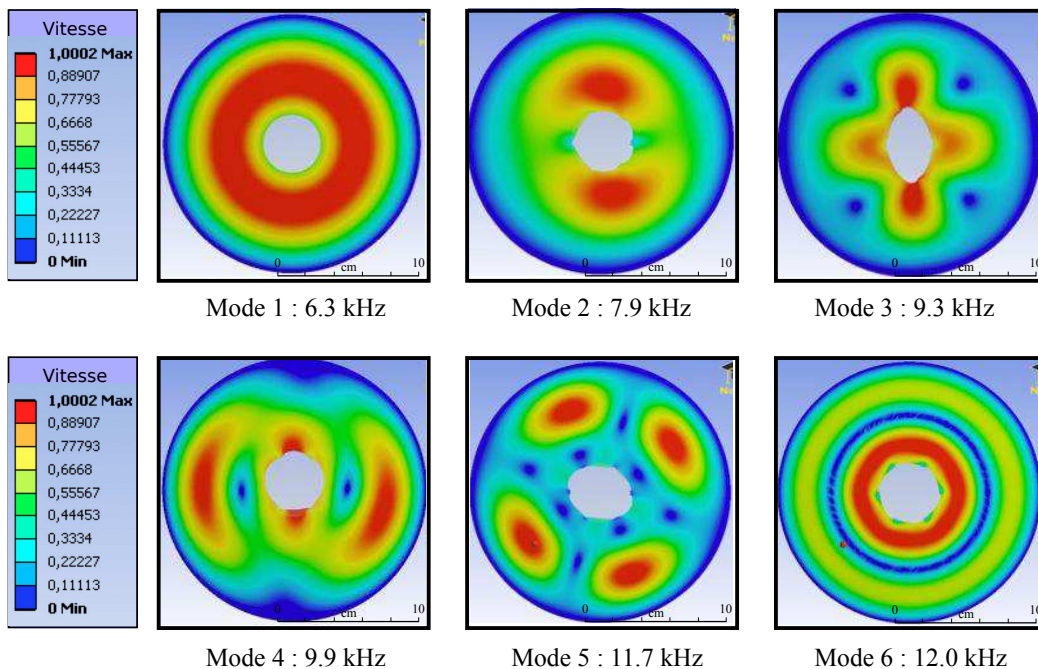
produite numériquement pour obtenir la même pression de contact.

### 3.3 Analyse modale du système

Afin de caractériser les modes de vibration du système excités par les forces de frottement, une analyse modale du système est conduite avec le code *ANSYS*. Cette étape préliminaire, nécessaire à la validité du modèle, sera ensuite comparée à une analyse temporelle.

Le contact entre le disque et le manchon étant un problème non-linéaire, une linéarisation du contact est nécessaire pour effectuer l'analyse modale du système. Les éléments de contact non-linéaires sont donc remplacés par des éléments linéaires introduisant une rigidité dans les directions normale et tangentielle au contact.

Un analyse statique est développée pour simuler la dilatation du manchon. Toutefois, dans le but d'analyser le comportement dynamique du système pendant la rotation du disque, une analyse modale précontrainte est nécessaire. Une fois calculée la position d'équilibre glissante, l'analyse modale est effectuée sur le modèle précontraint.



**Figure 3.2** – Modes de vibration du système calculés avec une analyse modale précontrainte.

La figure 3.2 montre les modes de vibration calculés pour le disque en condition

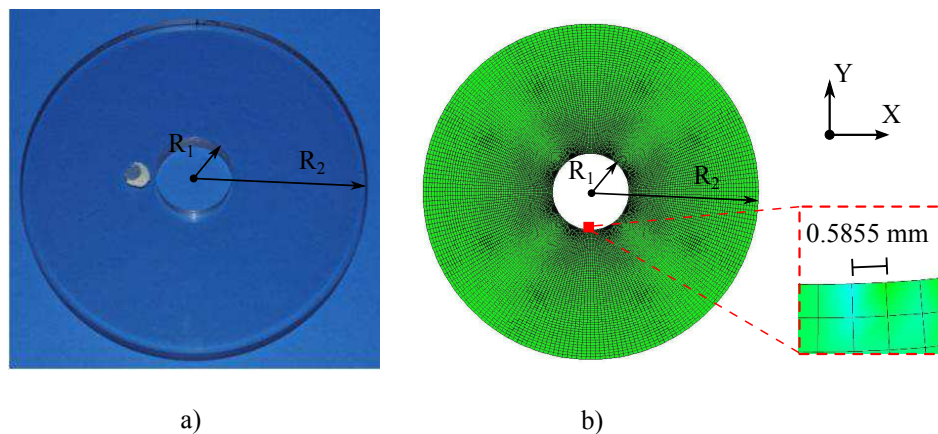
précontrainte sur le rayon intérieur. Ces modes de vibration ont les même ordres de grandeurs que ceux mesurés expérimentalement, nous donnant ainsi un premier point pour valider le modèle.

## 3.4 Analyse transitoire sans troisième corps

### 3.4.1 Modèles numériques

En parallèle de l'analyse modale, un modèle numérique non-linéaire est développé afin de reproduire numériquement des vibrations de crissement au travers d'une analyse transitoire. Cette étude temporelle permet d'analyser les vibrations du système et le comportement local des contraintes de contact en régime stable ou instable (difficile à mesurer expérimentalement). Les fréquences et déformées de crissement (régime instable) sont ainsi liées aux modes du système issu de l'analyse modale.

Pour représenter le disque en polycarbonate, un modèle en deux dimensions est défini et décrit par un maillage régulier suivant les directions radiale et circonférentielle (*c.f.* Figure 3.3). Le nombre d'éléments est de 15 400 et la taille des éléments au contact au niveau du disque intérieur est de 0.5855 mm.



**Figure 3.3** – *Modèle expérimental a) et modèle numérique b) par élément finis de 15 400 éléments.*

Pour limiter les temps de calcul en régime transitoire et à cause de la grande différence de rigidité des deux matériaux, le manchon en acier est modélisé par un corps parfaitement rigide.

Le mise en contact s'effectue par une rampe de dilatation qui permet de réduire la réponse dynamique du système lors du contact initial entre le disque et le manchon.

Les nœuds appartenant au rayon extérieur du disque en polycarbonate sont bloqués selon les axes  $x$  et  $y$ .

A l'instant  $t_0 = 0$ , une rampe de dilatation radiale est appliquée au cylindre intérieur jusqu'à ce qu'elle atteigne une valeur prédéfinie ( $d = 25 \mu m$ ). Cette dilatation permet de mettre en contact le disque en polycarbonate et le manchon rigide avec une pression normale au contact entre les deux corps. La vitesse angulaire du manchon, qui dans le dispositif expérimental est pilotée par un moteur électrique, est maintenue constante tout au long de la simulation ( $v = 62.5 \text{ rad s}^{-1}$ ).

### 3.4.2 Analyse de convergence et amortissement

Une analyse de convergence du modèle numérique est effectuée à partir du maillage présenté sur la figure 3.3. Le pas de temps de calcul est choisi inférieur à la valeur du temps critique pour éviter des perturbations numériques sur la réponse du système. Le pas de temps critique est égal à :

$$dt_c = l_{min} \sqrt{\frac{\rho_1}{E}} = 0.46 \cdot 10^{-3}, \quad (3.1)$$

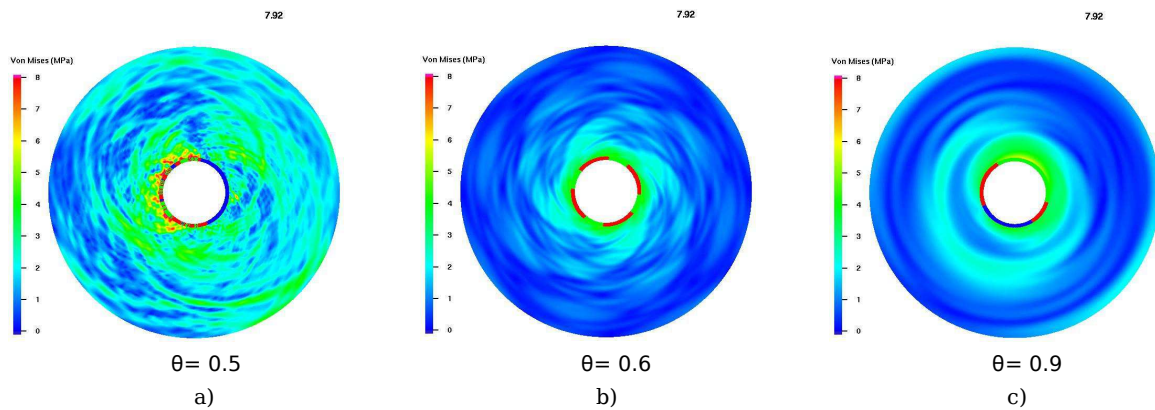
où  $l_{min}$  est la longueur représentative d'un élément finis (longueur d'élément au niveau du contact) et  $\sqrt{\frac{\rho_1}{E}}$ , la vitesse longitudinale de propagation d'onde pour le matériau soumis à une compression ou une traction ( $\rho_1$  masse volumique,  $E$  module d'Young).

Une analyse est effectuée pour étudier l'influence de l'amortissement numérique et de l'amortissement structural sur la convergence de la solution. En effet, au cours de la simulation, de l'énergie est apportée au système via la rotation du manchon rigide et des valeurs très faibles de l'amortissement peuvent être à la base de la non-convergence de la simulation.

La notion d'amortissement est nécessaire et doit être présente dans le modèle. On peut alors travailler sur 3 sources d'amortissement : deux numériques et une matériau.

En premier lieu l'amortissement numérique lié à l'intégration temporelle est testé. La figure 3.4 montre la contrainte de *Von Mises* calculée pour trois différents valeurs de l'amortissement numérique, i.e. trois valeurs de  $\theta$  (intégration temporelle).

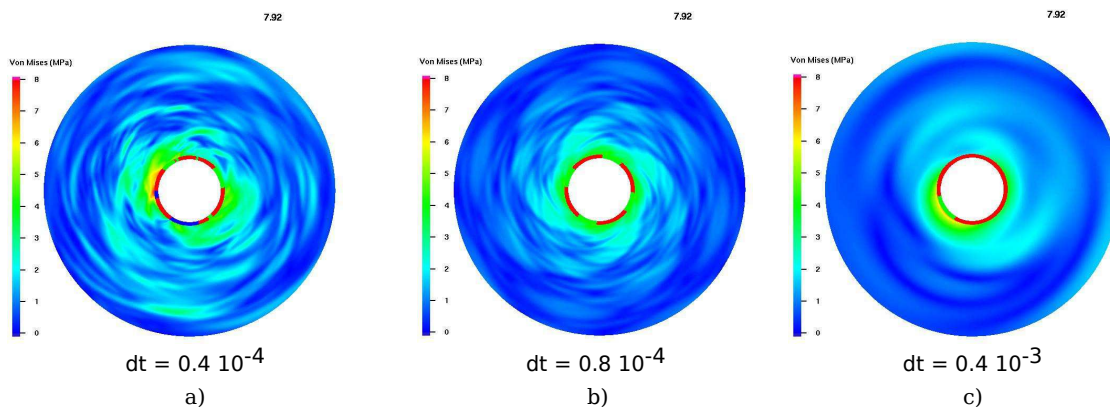
Comme nous pouvions nous y attendre, l'amortissement numérique modifie les résultats des simulations pouvant même aller jusqu'à amortir complètement les vi-



**Figure 3.4** – *Contrainte de Von Mises pour 3 valeurs d’amortissement numérique :  $\theta = 0.5$  a),  $\theta = 0.6$  b) et  $\theta = 0.9$  c) en fixant le même  $dt = 0.8 \cdot 10^{-4}$  ms.*

brations du système pour une valeur de  $\theta$  de 0.9.

La figure 3.5 montre le champ de contrainte de Von Mises calculé au même instant pour trois valeurs de  $dt$  différentes et pour le même valeur de  $\theta$  (égale à 0.6). Les valeurs et la distribution des contraintes de *Von Mises* changent avec le temps de discrétisation. Il existe donc une dépendance entre  $\theta$  et  $dt$ .



**Figure 3.5** – *Contrainte de Von Mises pour 3 différents pas de temps :  $dt = 0.4 \cdot 10^{-4}$  ms a),  $dt = 0.8 \cdot 10^{-4}$  ms b),  $dt = 0.4 \cdot 10^{-3}$  ms c) et  $\theta = 0.6$ .*

Usuellement, le paramètre  $\theta$  est utilisé pour stabiliser le schéma numérique, mais peut servir également à éliminer les ondes de haute énergie, c’est un paramètre purement numérique. Il semble aussi que ce paramètre ne joue pas le même rôle en fonction du pas de temps utilisé (même en respectant  $dt < dt_c$ ). Il faut donc introduire de l’amortissement dans le système par un autre biais et si possible plus réaliste et supprimer l’amortissement numérique.

Le rôle de l’amortissement est fondamental dans la détermination de la réponse

dynamique d'un système. Une approche correcte nécessite la prise en compte de l'amortissement structurel du système, amortissement ayant un sens plus réel que le simple amortissement numérique. De plus, l'amortissement structurel représentant celui d'un matériau, est indépendant de la valeur de temps de discrétisation  $dt$ .

Pour introduire correctement dans le modèle, l'amortissement structurel du matériau utilisé dans l'expérimentation, des essais dynamiques ont été effectués sur un disque en polycarbonate. Le disque a été suspendu et excité avec un pot vibrant, et sa réponse dynamique a été mesurée avec un accéléromètre [REN 12].

Une fois les coefficients d'amortissement modaux calculés, ils doivent être introduit dans le modèle aux éléments finis. Une des rares, mais néanmoins efficaces, méthodes pour la modélisation de l'amortissement est la loi de Rayleigh. Elle ne reproduit pas exactement l'amortissement réel d'un matériau, mais elle présente de bonnes approximations.

D'un point de vue équation de la dynamique, cet amortissement est représenté via la matrice  $\mathbb{C}$  qui, selon la loi de Rayleigh, peut s'écrire :

$$\mathbb{C} = \alpha_R \mathbb{M} + \beta_R \mathbb{K} \quad , \quad (3.2)$$

où  $\mathbb{M}$ ,  $\mathbb{K}$  sont les matrices de masse et de rigidité du matériau et  $\alpha_R, \beta_R$ , les coefficients de *Rayleigh*.

L'amortissement structural mesuré expérimentalement peut alors être écrit comme :

$$\zeta = \frac{1}{2} \left( \frac{\alpha_R}{\omega} + \beta_R \omega \right) \quad , \quad (3.3)$$

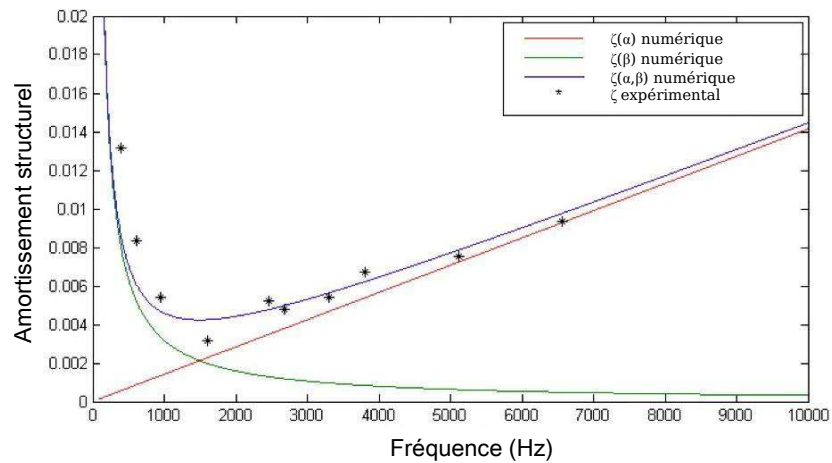
où  $\zeta$  est le taux d'amortissement et  $\omega$ , la pulsation naturelle du système.

Les coefficients de *Rayleigh*,  $\alpha_R$  et  $\beta_R$ , contribuent différemment à l'évolution de l'amortissement structurel en fonction de la fréquence (*c.f. Figure 3.6*). Si  $\beta_R$  contribue à l'amortissement pour les hautes fréquences (courbe rouge),  $\alpha_R$  contribue à l'amortissement aux basses fréquences (courbe verte). Pour déterminer les valeurs de  $\alpha_R$  et  $\beta_R$  à introduire dans le modèle, l'amortissement modal a été calculé à partir des mesures expérimentales pour chaque mode (étoiles noires).

Ensuite les valeurs de  $\alpha_R$  et  $\beta_R$  ont été optimisées pour suivre l'allure en fréquence de l'amortissement structurel ( $\alpha_R = 0.04 \text{ rad ms}^{-1}$  ;  $\beta_R = 4.5 \cdot 10^{-4} \text{ ms rad}^{-1}$ ). La courbe bleue représente l'amortissement numérique résultant.

Dans la suite de notre étude, ce sont ces deux coefficients qui sont retenus pour caractériser l'amortissement du système.  $\theta$  devient alors égal à 0.5, nous assurant



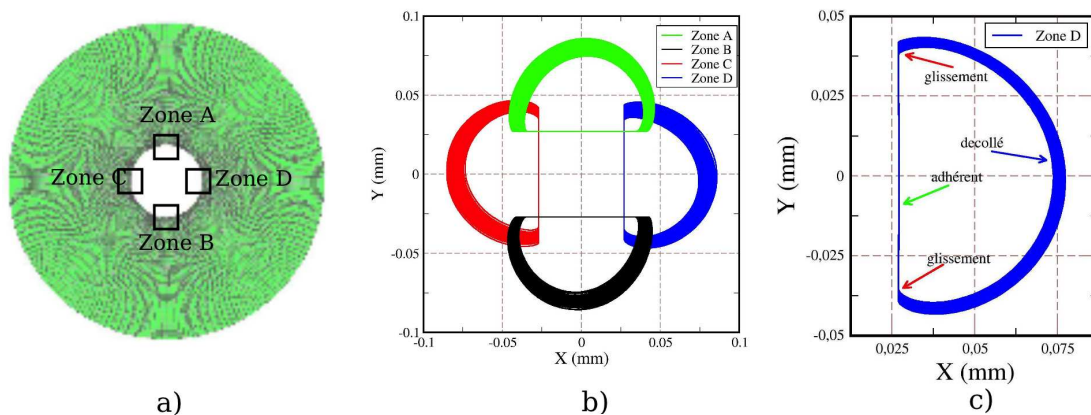


**Figure 3.6** – Amortissements structurels mesurés expérimentalement et numériquement avec la loi de Rayleigh.

ainsi d’avoir un schéma conservatif.

### 3.4.3 Instabilités de crissement

En utilisant les différents paramètres précisés précédemment, l’instabilité dynamique, caractérisée par la vibration harmonique du système, est reproduite. La figure 3.7 présente la vibration du disque en un point de contact avec le manchon rigide et une observation axisymétrique des trajectoires des points au niveau du contact correspondant avec l’optimisation du dispositif expérimental par le serrage axisymétrique du disque en polycarbonate (*c.f.* Figure 3.7 b).

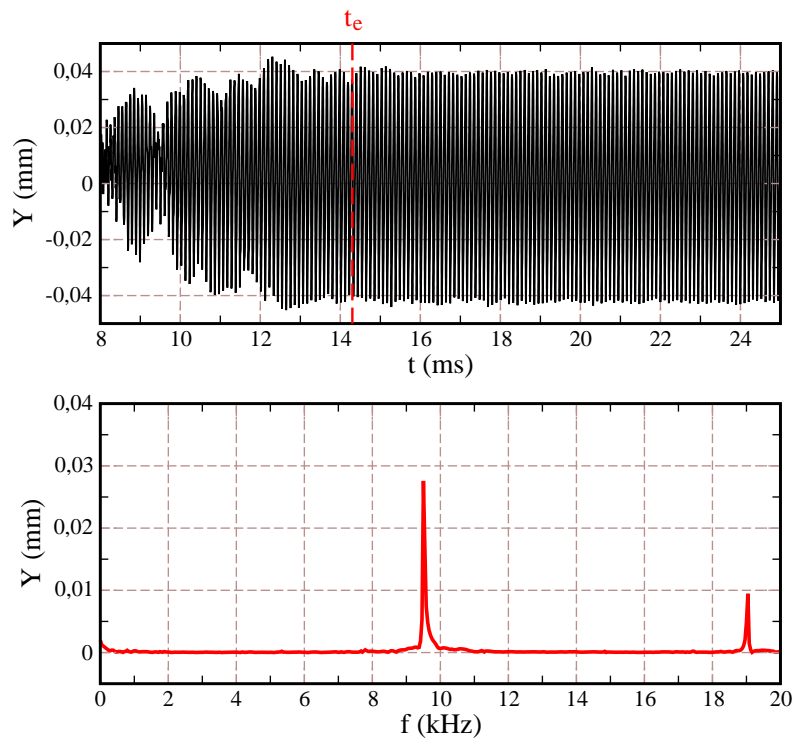


**Figure 3.7** – Les zones au contact observées a), les trajectoires des points b) et focalisées sur un point dans la zone D c).

Un point de contact peut être associé aux statuts colle **adhérent** ou **glissant** ou **décollé**. Ces statuts correspondent aux vibrations harmoniques du système (*c.f.*

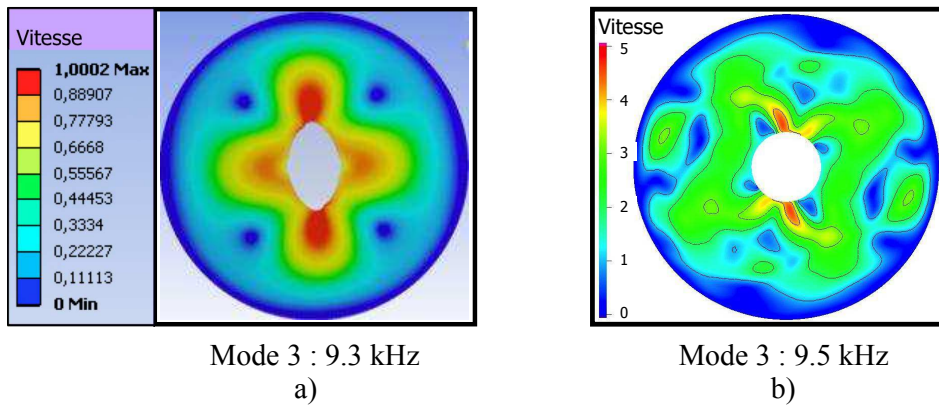
Figure 3.7 c).

Les vibrations du système montrées sur la figure 3.8 a), ont l'allure caractéristique d'une instabilité de crissement, avec une augmentation exponentielle de l'amplitude jusqu'au cycle limite de vibration (temps,  $t_e$ ). La figure 3.8 b) montre la densité spectrale en fréquence du déplacement en  $x$  d'un noeud dans la zone **B**. La vibration du système est caractérisée par une harmonique principale, comme dans le cas du crissement, un mode du système est excité par le contact frottant entre les deux disques.



**Figure 3.8** – Trajectoire suivant  $Y$  a) en fonction du temps pour un point dans la zone  $D$  et la fréquence de vibration à 9.5 kHz b).

Ce mode principal est identifié par une comparaison avec les modes de vibration obtenus dans l'analyse modale. La distribution de la vitesse dans le disque (*c.f.* Figure 3.9 b) correspond avec le troisième mode de vibration du système (*c.f.* Figure 3.9 a). La fréquence de vibration est de 9.3 kHz pour l'analyse modale et de 9.5 kHz pour l'analyse temporelle. Ce dernier est d'ailleurs plus proche du mode 3 (écart de 0.2 kHz) que du mode 4 (écart de 0.2 kHz).



**Figure 3.9** – Déformée du mode 3 de vibration du disque avec analyse précontrainte a) et distribution des vitesses, calculée sur le disque pendant la simulation sans troisième corps b).

### 3.4.4 Conclusion

Le comportement du modèle éléments finis en l'absence de troisième corps, est validé vis à vis des résultats expérimentaux, aussi bien en terme de comportement modal que l'analyse vibratoire. De plus, l'importance de l'amortissement a été souligné afin de reproduire correctement les résultats expérimentaux.

Notre modèle de référence étant validé, on peut maintenant passer à l'introduction artificielle d'un troisième corps au contact.

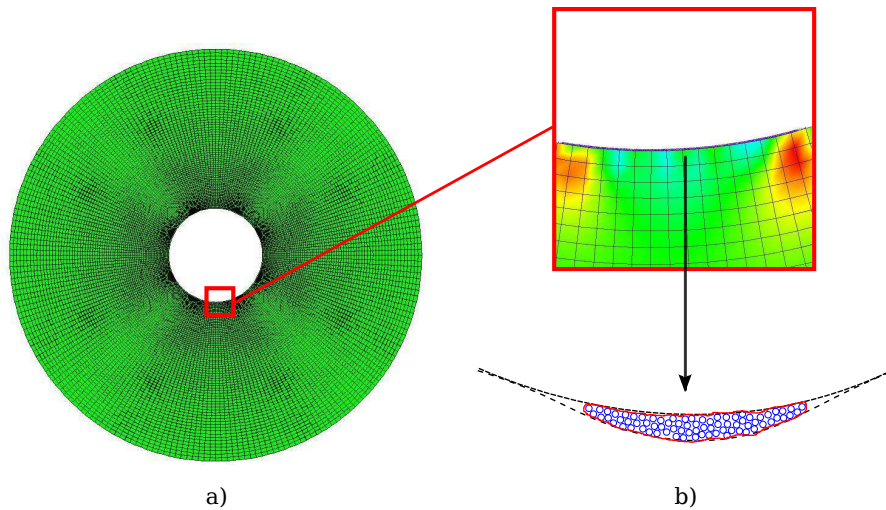
## 3.5 Analyse transitoire avec troisième corps

Ainsi afin de faire un parallèle avec les résultats expérimentaux, les modèles utilisés dans la partie 3.4 sont ici utilisés en injectant un milieu discret à l'interface de contact (*c.f.* Figure 3.10). Ceci se fait naturellement avec l'approche NSCD qui permet de simuler naturellement des systèmes composés de particules rigides et de corps déformables.

### 3.5.1 Modèle numérique

Le modèle utilisé est celui présenté sur la figure 3.10. Le premier corps extérieur est le disque utilisé précédemment avec un maillage constitué de 15 400 éléments. Le matériau utilisé est un matériau élastique dont les caractéristiques sont données dans





**Figure 3.10** – *Modèle numérique utilisé à l'échelles des premiers corps a) et particules de troisièmes corps b).*

le tableau 3.1. Un amortissement de Rayleigh est utilisé avec les mêmes coefficients que définis expérimentalement :  $(\alpha_R, \beta_R) = (0.04 \text{ rad ms}^{-1}, 4.5 \cdot 10^{-4} \text{ ms rad}^{-1})$ . Le premier corps intérieur est un cylindre rigide de  $20.5 \text{ mm}$  de rayon.

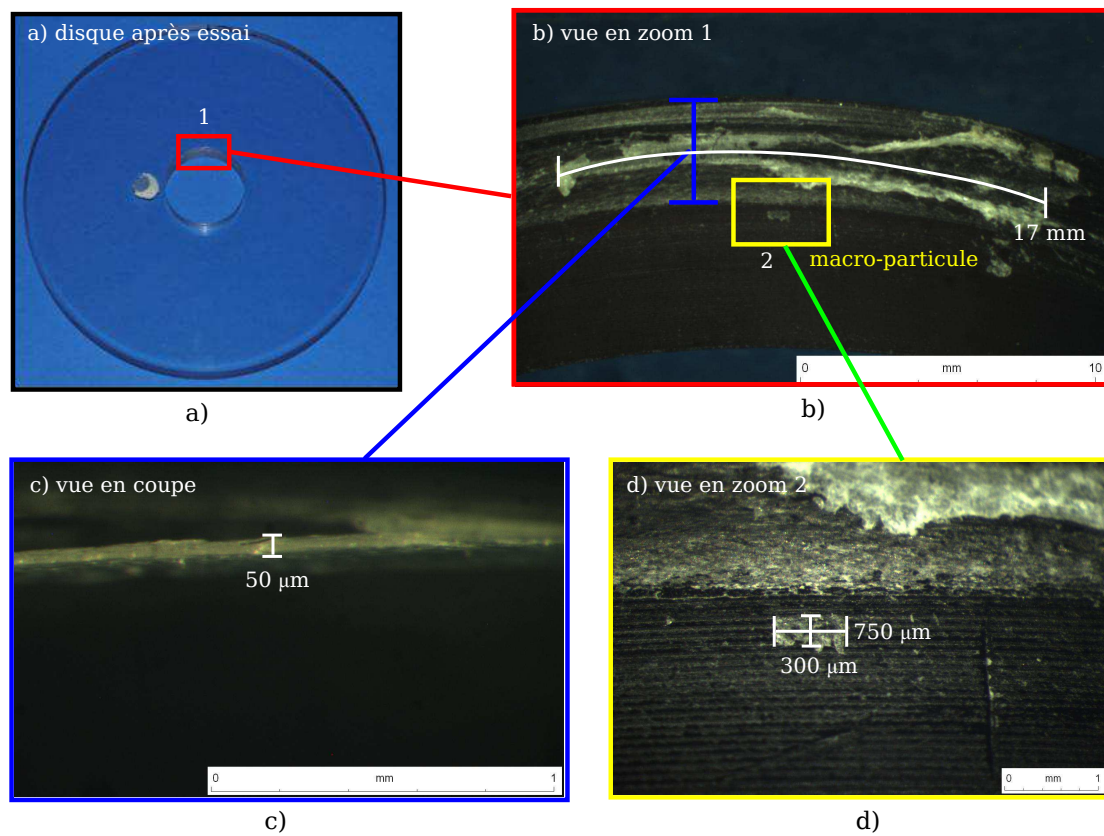
Afin d'introduire au mieux les particules de troisième corps dans le modèle, et aussi de chercher le côté numérique un peu plus réaliste, le choix des caractéristiques des particules est effectué à partir de données expérimentales (observées dans les deux zones au contact A et B à la fin d'essai).

Les particules numériques constituant le troisième corps ont un rayon de  $20 \mu\text{m}$  et forment une couche d'épaisseur d'environ  $50 \mu\text{m}$  conformément aux observations faites dans le cadre expérimental [REN 12].

La figure 3.11 montre les observations faites sur la piste de frottement après essais. Cet piste est à une épaisseur de  $50 \mu\text{m}$  (*c.f. Figure 3.11 c*) et peut avoir une longueur d'environ  $17 \text{ mm}$  (*c.f. Figure 3.11 b*). On observe sur la figure 3.11 **d**) une macro-particule composée d'un assemblage de micro-particules. Ces macro-particules seront représentées dans le modèle numérique et vue comme un ensemble de particules numériques, mais en soulignant qu'une micro-particule expérimentale ne sera pas forcément une micro-particule numérique.

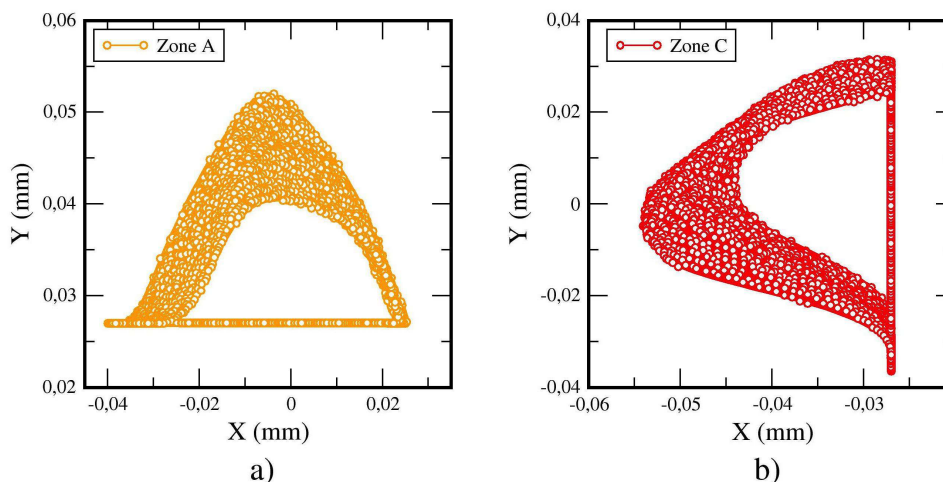
### 3.5.2 Macro-particule et régimes d'instabilités

Une première simulation est effectuée avec une seule macro-particule constituée de 23 particules (longueur de  $0.36 \text{ mm}$ ). Pendant la durée de la simulation, on suit la



**Figure 3.11** – Analyse expérimentale des particules de troisième corps sur un disque après essais a), analyse de la zone de contact b), mesure de l'épaisseur du troisième corps c) et observation d'une macro-particule d) [REN 12].

trajectoire de noeuds situés dans quatre zones d'intérêt représentées sur la figure 3.12 par les zones **A**, **B**, **C** et **D**. Les zones **A**, **C** et **D** sont vierges de particules tandis que la macro-particule est localisée dans la zone **B**.



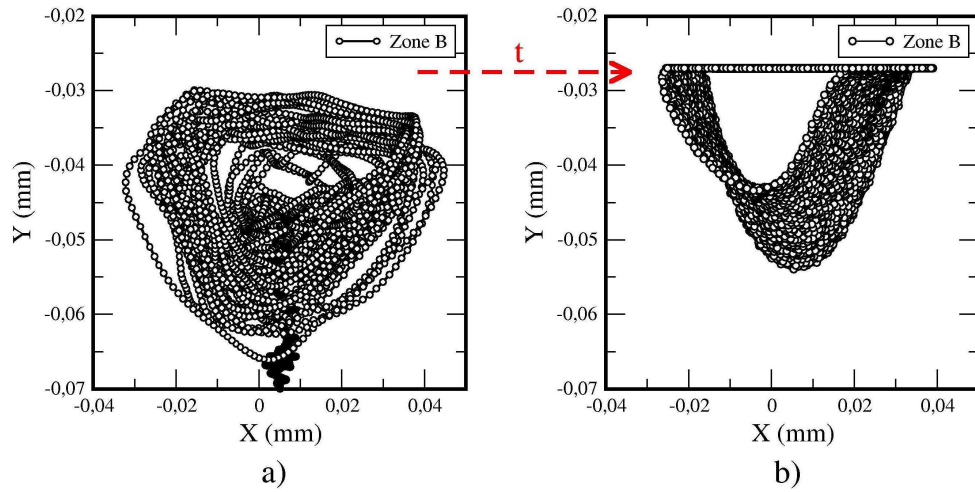
**Figure 3.12** – Trajectoire des noeuds dans les zones **A** a) et zone **C** b) sans macro-particule.

On observe des comportements similaires dans les zones sans particules, i.e. les points décrivent des orbites autour d'une position moyenne. Ces mouvements sont équivalents à ceux obtenus en l'absence de macro-particule (*c.f.* Figure 3.12). En l'absence de macro-particule, les résultats sont moins bruités, mais la fréquence et l'amplitude des trajectoire sont les mêmes.

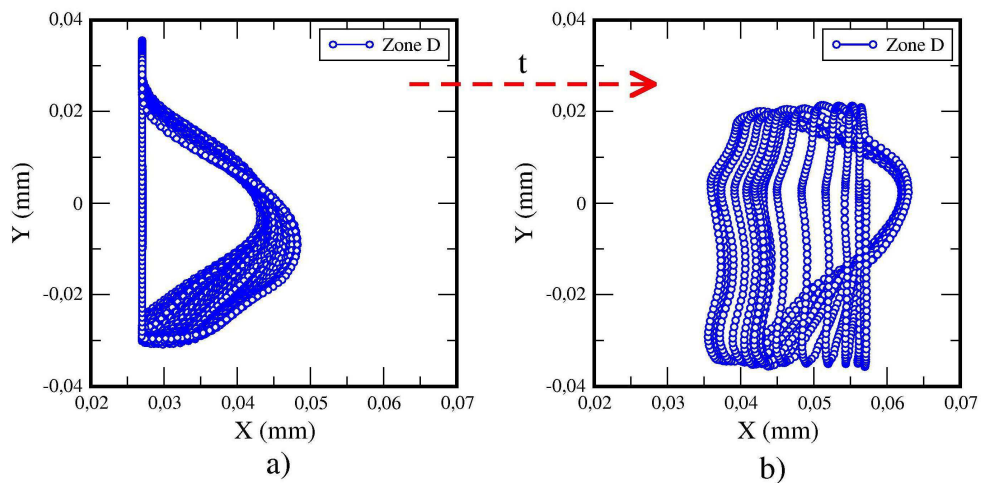
L'évolution du point appartenant à la zone **B** est plus irrégulière et de plus forte amplitude. En présence de particules, le point de mesure subit le mouvement de l'interface roulante et sa trajectoire est parasitée (*c.f.* Figure 3.13 a) et chaotique. Ensuite, après la migration de la macro-particule, on retrouve un comportement similaire au comportement des points dans les zones sans particules (*c.f.* Figure 3.13 b). Ceci présente un changement de phase en présence où en l'absence de macro-particule dans la zone **B**.

Le déplacement de la macro-particule est observée en mesurant la trajectoire d'un point dans la zone de destination **D** (*c.f.* Figure 3.14). Pour un point appartenant à la zone **D**, la trajectoire du point est régulière (*c.f.* Figure 3.14 a). Avec la migration de la macro-particule, le mouvement devient plus bruité tout en conservant un comportement harmonique (*c.f.* Figure 3.14 b).

Ainsi si on fait un parallèle avec le dispositif expérimental, on peut assimiler la zone **B** à la zone de naissance de la particule. Cette zone est perturbée fortement



**Figure 3.13** – Trajectoire du noeud de la zone B pour deux intervalles de temps avec a) et sans b) macro-particule.



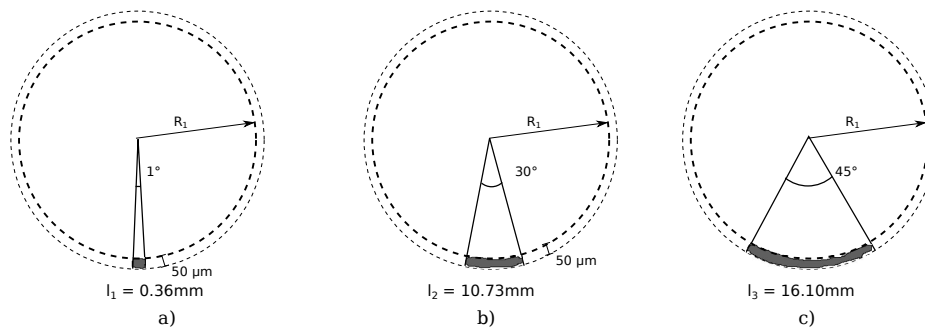
**Figure 3.14** – Trajectoire du noeud de la zone D pour deux intervalles de temps sans a) et avec b) macro-particule.

à la naissance de la macro-particule, puis retrouve un comportement “normal” une fois que la migration partielle ou locale de la macro-particule est effectuée.

Cette migration vient parasiter au fur et à mesure les différentes zones de contact, mais ces perturbations suffisantes pour venir perturber le comportement harmonique du système (*c.f. Figure 3.13*).

### 3.5.3 Influence de la taille des macro-particules

Suite à ces premières observations, des simulations ont été effectuées en faisant varier la longueur de la macro-particule située dans la zone **B**. Trois longueurs sont utilisées :  $0.36\text{mm}$  (a),  $10.73\text{mm}$  (b) et  $16.10\text{mm}$  (c) (*c.f. Figure 3.15*). Ces longueurs sont choisies afin d’avoir une grande amplitude entre les différentes macro-particules.

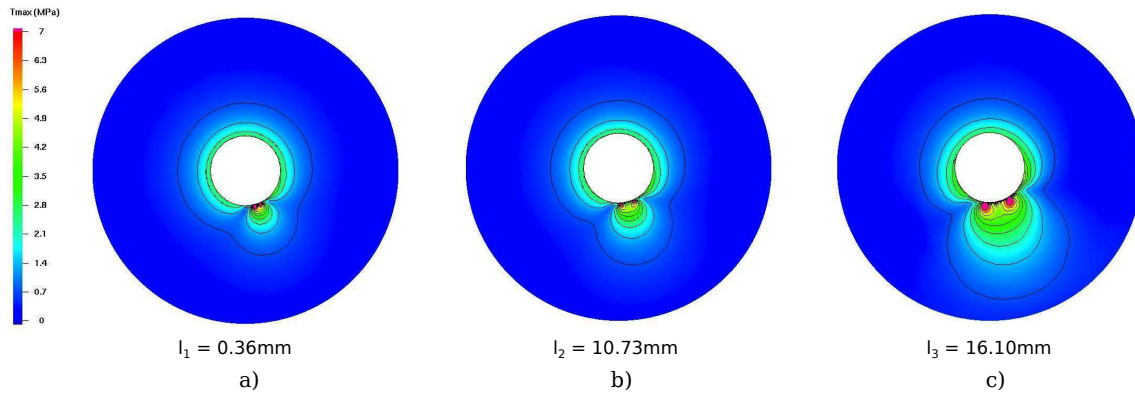


**Figure 3.15** – *Trois différentes tailles de macro-particules*

En observant la contrainte de cisaillement maximale dans le disque on peut remarquer plusieurs choses (*c.f. Figure 3.16*).

La première est que plus la macro-particule est longue plus la zone d’influence est profonde au sein du matériau. Les contraintes ne sont pas concentrées uniquement aux extrémités de la particules mais sont propagées en profondeur dans le matériau. Dans les zones sans particules, tout reste homogène.

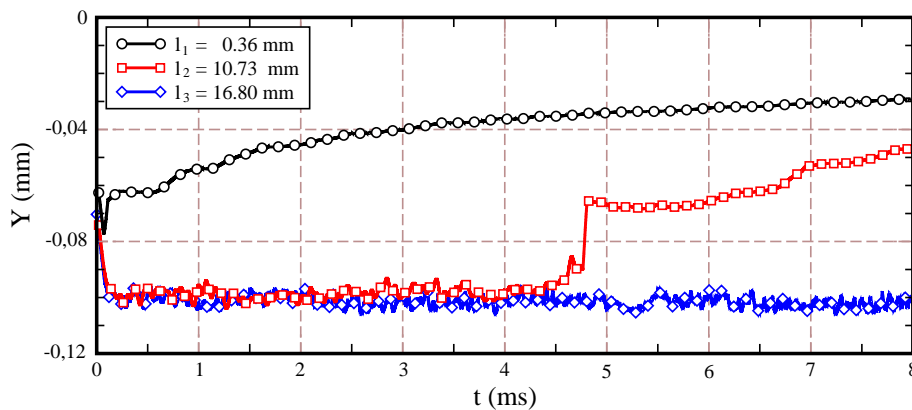
Deuxièmement, la valeur maximale de la contrainte de cisaillement n’est pas nécessairement obtenue pour la plus petite longueur de particule (*c.f. Figure 3.16 a*). En effet, pour la macro-particule la plus longue (*c.f. Figure 3.16 c*), on voit apparaître deux localisations à fortes contraintes due à une séparation des particules. La macro-particule de longueur intermédiaire (*c.f. Figure 3.16 b*) semble avoir une taille critique ne favorisant pas la séparation des micro-particules, préservant ainsi le cisaillement à l’interface. On peut alors supposer qu’en l’absence de débit d’usure, la macro-particule va tendre vers une taille critique afin de limiter les contraintes à



**Figure 3.16** – Contraintes tangentielle maximales pour trois différentes tailles de macro-particules.

l'interface et que pour des tailles plus importantes elle n'hésitera pas à se séparer pour retrouver une taille plus petite.

Si l'on observe la trajectoire suivant  $y$  d'un noeud dans la zone **B** (zone contenant le troisième corps), on remarque que même si la macro-particule reste "compacte", celle-ci migre plus ou moins dans le contact libérant ainsi la zone du maillage de l'influence de la particule et pouvant ainsi retrouver un mouvement orbital (*c.f.* Figure 3.17).



**Figure 3.17** – Trajectoire selon  $y$  d'un noeud dans la zone B pour trois différentes tailles de macro-particules.

Une trace de cette migration du troisième corps est également capturée par l'évolution du nombre de particules par secteur angulaire (*c.f.* Figure 3.18). Pour la macro-particule (a), durant la migration la longueur reste constante, la particule occupant un secteur angulaire de  $1^\circ$ . Pour les macro-particules (b) et (c), de taille plus longue, on observe un étalement de la particule se faisant durant le premier



quart de la simulation. La zone d'influence de la macro-particule (b) augmente de  $11^0$  pour couvrir  $21^0$  au lieu de  $10^0$  initialement et la zone d'influence de la macro-particule (c) augmente de  $9^0$  pour atteindre  $54^0$ .

De plus pour ces deux dernières macro-particules, on observe également des séparations puis des ré-agglomérations dans les premiers instants de la simulation.

La taille du macro-particule de troisième corps est importante pour une distribution locale. Une fois une taille suffisamment grande atteinte, ses effets d'élargissement et de séparation ou de ré-agglomération conduisent à une ré-distribution locale de la contrainte tangentielle maximale.

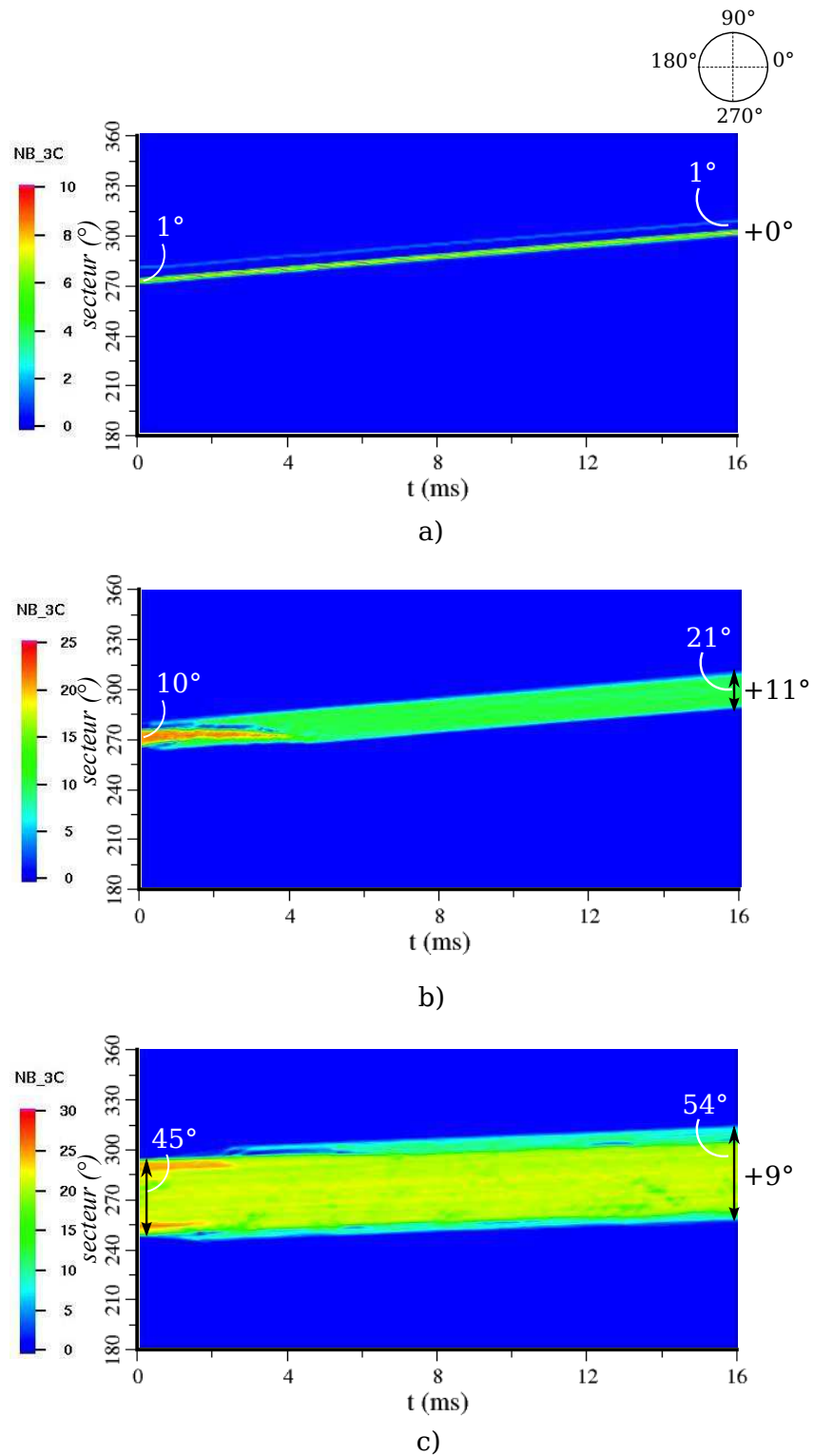
### 3.5.4 Compétition entre deux macro-particules

Pour achever cette partie, l'approche numérique couplée est confrontée aux résultats expérimentaux. Pour cela on introduit deux macro-particules dans les zones **A** et **B**. La macro-particule de la zone **B** contient 628 particules et celle de la zone **A** 203 particules.

Lors de la simulation on observe les portraits de phase pour les zones **A**, **B**, **C**, **D** de la figure 3.19 représentant l'évolution de la vitesse  $Vx$  (vitesse tangentielle) suivant la position suivant  $x$  pour les zones **A**, **B** et l'évolution de la vitesse  $Vy$  (vitesse tangentielle) suivant la position suivant  $y$  pour les zones **C**, **D**. Les plans de phase des zones **C** et **D** sont caractéristiques d'une succession d'états adhérent, glissant et décollé du noeud étudié (*c.f. Figure 3.19 b*) et *d*). Les noeuds correspondant ont un comportement similaire (au signe près). Dans les zones **A** et **B**, les orbitales sont beaucoup plus marquées, traduisant des régimes périodiques et stationnaires (*c.f. Figure 3.19 a*) et *c*). Ces orbitales caractérisent un mouvement oscillatoire périodique avec un signal bruité. Ceci est en parfaite adéquation avec l'évolution de la position suivant  $y$  d'un noeud dans la zone observée (*c.f. Figure 3.20 b*).

En focalisant au niveau du contact, la figure 3.21 montre les vecteurs de vitesse des micro-particules appartenant aux zones **A** et **B** dans l'état initial (*c.f. Figure 3.21 a*) et au cours de la simulation (*c.f. Figure 3.21 b*). La présence de troisième corps artificiel dans le contact et son déplacement sont des points importants qui nous permettent d'obtenir un comportement similaire à celui observé expérimentalement.

L'augmentation des contraintes tangentielles maximales autour de la zone de contact contenant le troisième corps et distribuée de façon homogène initialement



**Figure 3.18** – Observation du nombre de particules de troisième corps par secteur angulaire en fonction du temps pour la macro-particule : a) 1, b) 2 et c) 3.



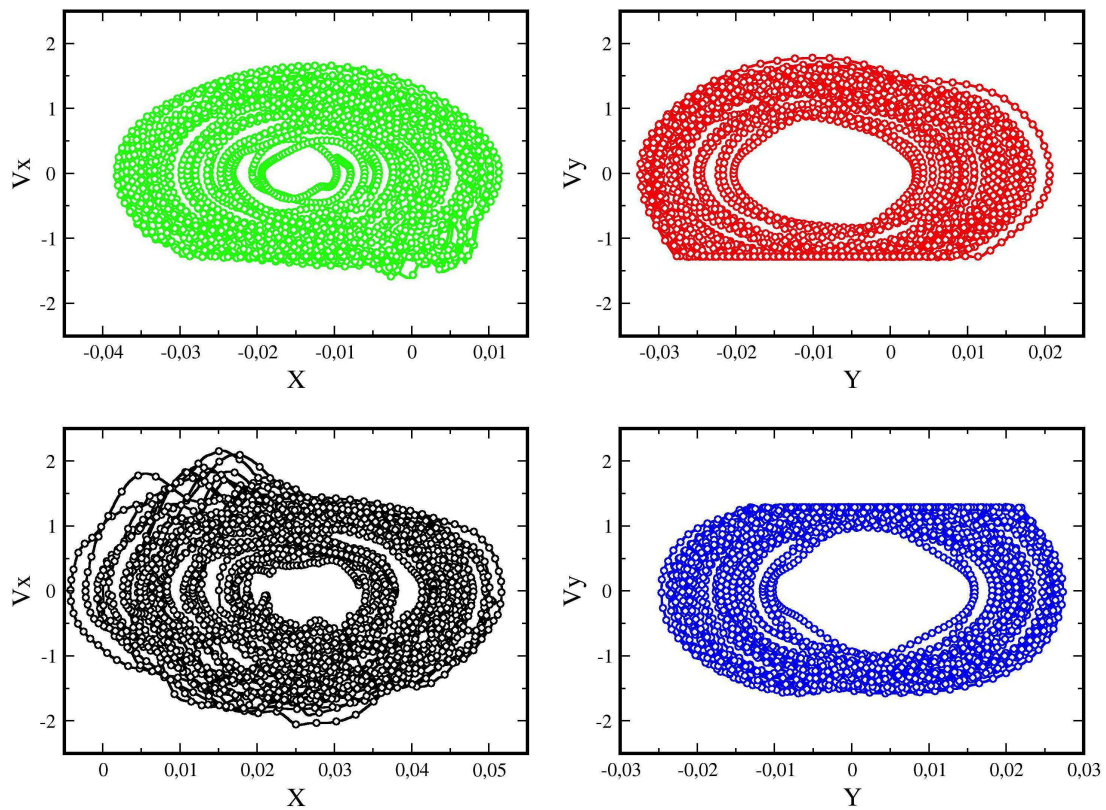


Figure 3.19 – Portrait de phase pour les zones A a), B b), C c) et D d).

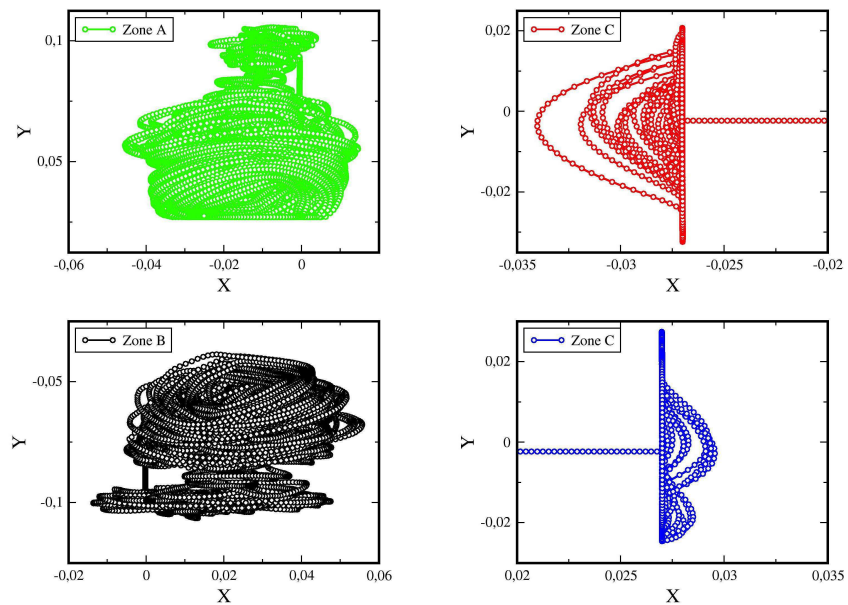
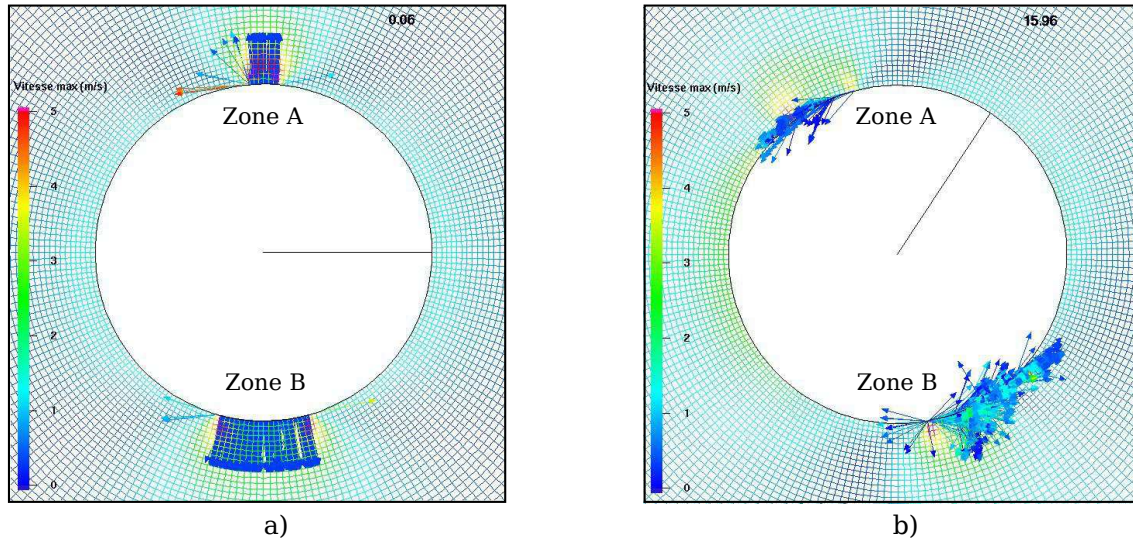
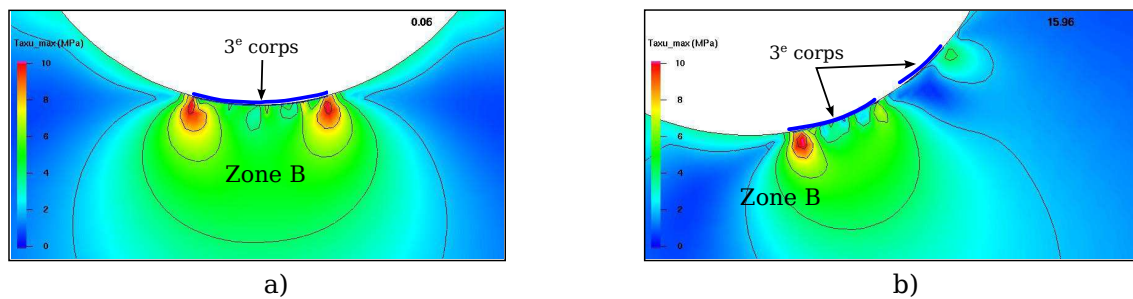


Figure 3.20 – Trajectoire des noeuds au niveau du contact dans les zones axisymétriques.

(après mise en charge par une dilatation radiale du cylindre). Durant la simulation, la rotation du cylindre rigide entraîne la séparation ou la ré-agglomération des particules de troisième corps conduisant à une hétérogénéité dans la distribution des contraintes tangentielles maximales (*c.f. Figure 3.22*).

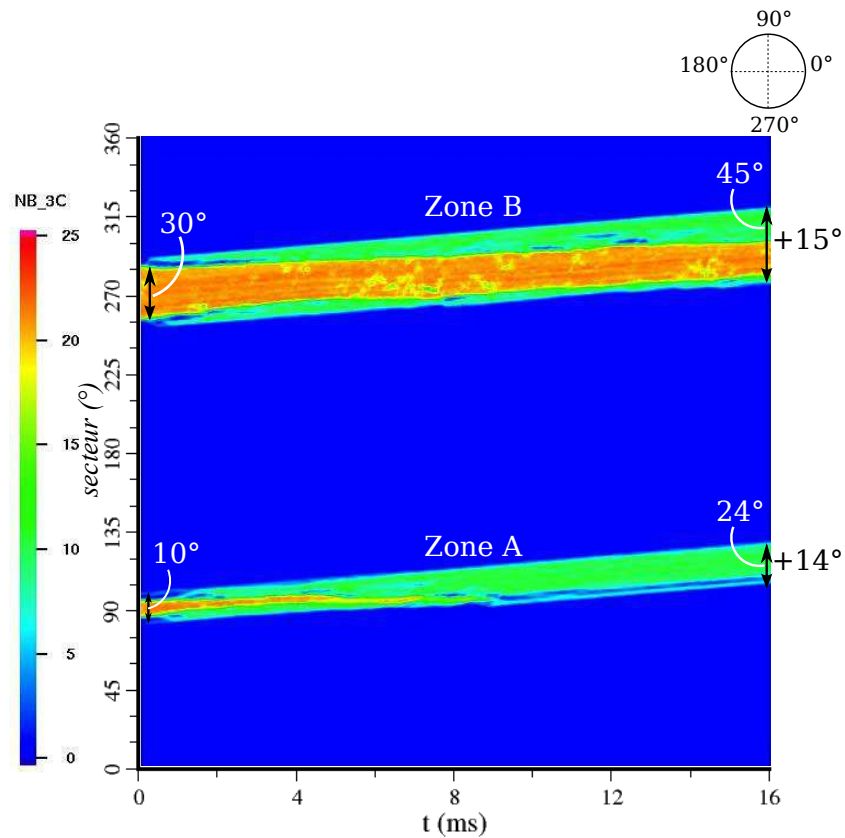


**Figure 3.21** – Vecteurs vitesse des particules de troisième corps dans les zones A et B à l'état initial a) et au cours de la simulation b).



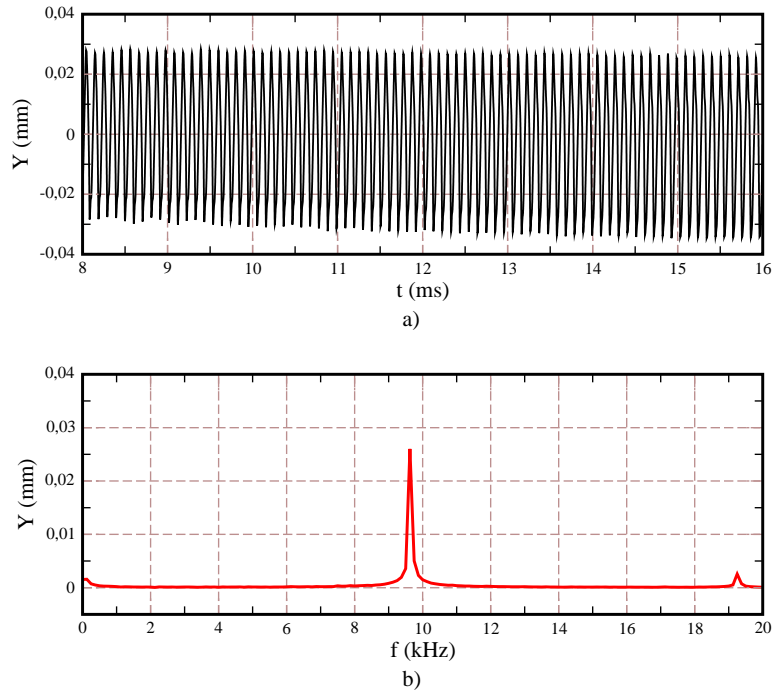
**Figure 3.22** – Contrainte tangentielle maximale dans la zone B à l'état initial a) et au cours de simulation b).

Ce comportement, montré avec une taille suffisante de macro-particule dans la section précédente (une seule macro-particule), est également obtenu pour le cas de deux macro-particules lors de l'observation de l'évolution du nombre de particules de troisième corps suivant le secteur angulaire (*c.f. Figure 3.23*). Le nombre de particules confirme l'apparition de la séparation et la ré-agglomération des particules de troisième corps au cours de la simulation. De plus, la taille des deux macro-particules (en représentation polaire) s'élargit en fonction du temps, i.e. passe de  $10^\circ$  à  $24^\circ$  pour la macro-particule de la zone A et de  $30^\circ$  à  $45^\circ$  pour celle de la zone B.

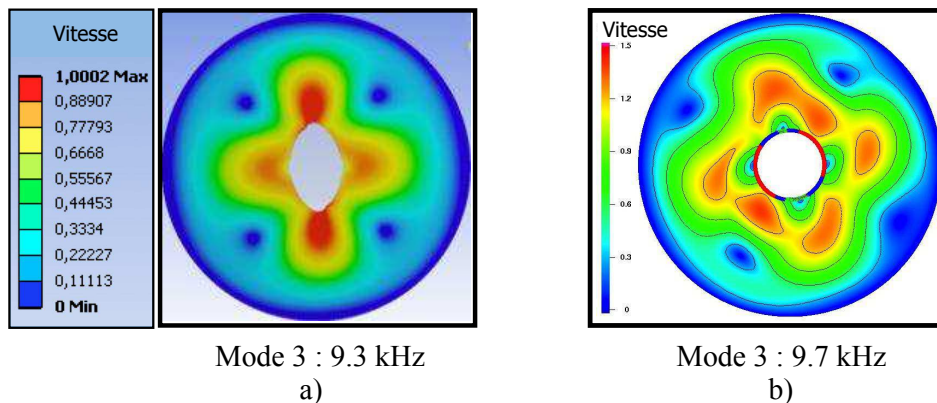


**Figure 3.23** – Observation du nombre de particules de troisième corps par secteur angulaire en fonction du temps avec deux macro-particules

La figure 3.24 présente le déplacement harmonique suivant le sens tangential (*c.f.* Figure 3.24 a) et sa fréquence (*c.f.* Figure 3.24 b) pour un noeud dans la zone **D** (sans troisième corps). Elle montre une correspondance entre la fréquence de cette analyse transitoire avec la déformée modale (mode 3) présentée dans la section 3.3 (*c.f.* Figure 3.25).



**Figure 3.24** – Déplacement suivant  $y$  en fonction du temps pour un noeud dans la zone **D** a) et la fréquence de vibration à 9.7 kHz b) .



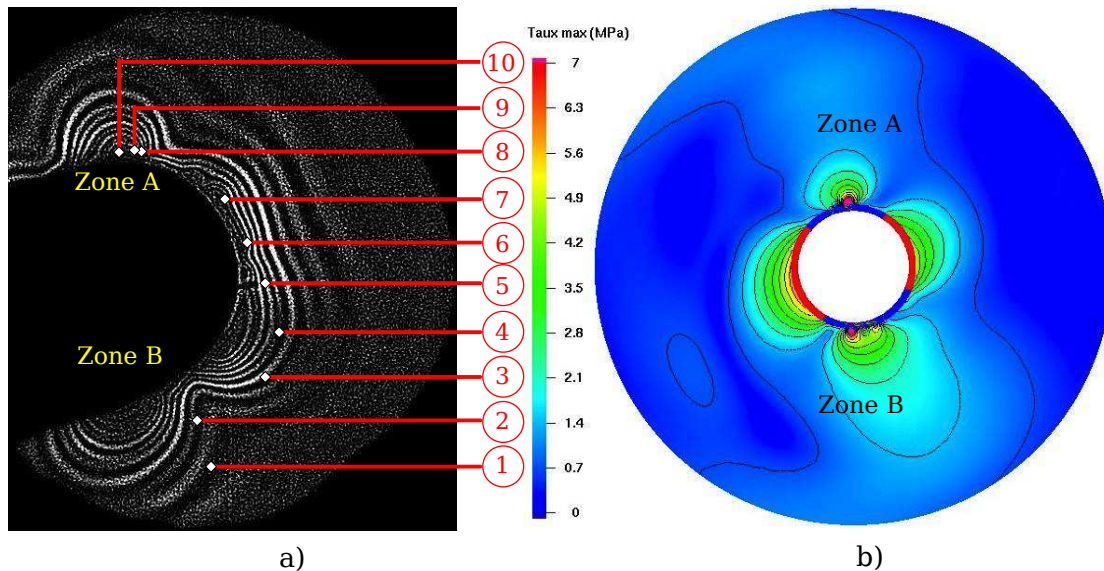
**Figure 3.25** – Déformée du mode 3 de vibration du disque avec analyse précontrainte a) et distribution des vitesses calculée sur le disque pendant la simulation avec le troisième corps a) b).

Sur la partie droite de la figure 3.26 b), on peut observer le champ de contrainte de cisaillement maximale au cours de simulation ainsi que le statut des noeuds en



contact. On observe tout d'abord une concentration de contraintes au niveau des zones d'intérêt (zone **A** et **B**). A la limite de ces zones, les noeuds en contact ont un statut décollé à la proximité des particules et on observe un état glissant pour les autres noeuds en contacts.

Pour finir on superpose résultats numériques et expérimentaux. En faisant un zoom sur l'interface de contact, il est alors possible de comparer avec précision les simulations numériques utilisant des macro-particules introduites artificiellement et le modèle expérimental générant naturellement des particules de troisième corps (*c.f.* *Figure 3.26*). La comparaison montre une très bonne corrélation entre les deux modèles en terme de régimes d'instabilités et de valeur de contraintes. Le nombre d'ordre (associé aux franges) donne un niveau équivalent au contrainte des modèles numériques.



**Figure 3.26** – Contraintes de cisaillement maximales mesurées expérimentalement a) avec un zoom sur l'interface de contact et visualisation des franges par photo-élastimétrie ( $\tau_{max} = 0.7 \text{ MPa/ordre}$ ) et b) mesurées par le modèle numérique.

Dans les deux cas, on observe un taux de contrainte proche de  $7 \text{ MPa}$ . De plus, les zones d'influence des particules sont très proche (probablement plus importante dans le modèle numérique dû à la rigidité des grains).

Ainsi le modèle numérique couplé permet de retrouver des résultats pas uniquement qualitatif mais aussi quantitatif, nous permettant ainsi de franchir une étape supplémentaire dans la modélisation des interfaces tribologiques.

## 3.6 Conclusion

La première approche *multi-échelle* présentée dans ce manuscrit, baptisée *dialogue fort*, combinant modèle de premier corps et modèle de troisième corps au coeur d'une même simulation permet d'appréhender un milieu discontinu et hétérogène au coeur de l'interface. Même si l'interface utilisée est déjà présente au coeur du contact et ne vas pas évoluer (pas de création de particules), elle permet de mettre en évidence l'utilisation d'outil de mesure permettant de *repérer* les particules via les instabilités dynamiques et permet d'avoir des résultats pas uniquement qualitatifs mais aussi quantitatifs puisque la comparaison avec les taux de contraintes expérimentaux sont en très bonne adéquation.

# Chapitre 4

## Homogénéisation au contact : dialogues entres échelles tribologiques

### Sommaire

---

<b>4.1</b>	<b>Introduction</b>	<b>64</b>
<b>4.2</b>	<b>Principe de dialogue local/global</b>	<b>65</b>
<b>4.3</b>	<b>Échelle globale - cas de référence</b>	<b>66</b>
4.3.1	Modèle de référence	66
4.3.2	Influence de la vitesse	68
4.3.3	Influence du frottement local	71
4.3.4	Synthèse : Relation entre le frottement local et la vitesse appliquée	78
4.3.5	Conclusion	79
<b>4.4</b>	<b>Échelle locale</b>	<b>79</b>
4.4.1	Modèle éléments discrets	80
4.4.2	Analyse transitoire	87
4.4.3	Conclusion	97
<b>4.5</b>	<b>De l'échelle globale vers l'échelle locale</b>	<b>101</b>
4.5.1	Conditions limites	101
4.5.2	Frottement moyen macroscopique	105
4.5.3	Conclusion	109

---

## 4.1 Introduction

Lorsque deux corps sont en contact, soumis à des sollicitations de compression et cisaillement, des instabilités dynamiques, de type adhérence-glisserment-décollement, peuvent apparaître à l'interface de contact [ADA 95, LIN 03]. Ces instabilités sont sensibles aux phénomènes physiques locaux traduits par un coefficient de frottement local. Ainsi lorsque le troisième corps est créé à l'interface pour répondre aux sollicitations de contact [BER 05], le coefficient de frottement local dépend alors de la rhéologie de cette couche. Ainsi les lois de frottement classiques telle que la loi de Coulomb, ne permettent pas toujours de traduire correctement la rhéologie de l'interface et par conséquent, la question sur la capacité d'un modèle numérique à reproduire ou non des instabilités dynamiques de contact reste ouverte.

Afin de combler le manque d'information sur la rhéologie de l'interface, des modèles numériques, se basant sur des méthodes par éléments discrets, ont été utilisés [SEV 01] pour permettre de simuler la vie du troisième corps dans un contact. Cependant, pour avoir une modélisation plus réaliste du comportement de cette couche, il faut aussi modéliser les corps en contact dont les particules de troisième corps sont issues, qui sont quant à eux des milieux continus, et prendre en compte les variations de la dynamique locale des premiers corps sur le comportement de l'interface. Toutefois, pour modéliser les deux corps en contact et l'interface avec suffisamment de précision, un modèle complet macro-discret reste très coûteux en temps de calcul [REN 06].

Pour pallier à ce problème, un dialogue fort entre méthodes par éléments finis et éléments discrets est utilisé. En utilisant un transfert d'information entre les échelles correspondantes, locale pour les éléments discrets et globale pour les éléments finis, il est alors possible de connecter les deux échelles. Il faut toutefois s'assurer que le volume élémentaire utilisé à l'échelle discrète permet de traduire toute la physique impliquée au niveau du problème traité. Cette stratégie est donc différente de celle présente au chapitre précédent. En effet, ici il s'agit vraiment d'un dialogue au sens échange d'information et non pas d'un couplage. Afin d'effectuer ce transfert d'information le principe du dialogue enrichi (dialogue faible), ceci est présenté afin d'évaluer le comportement dynamique des instabilités des premiers corps en contact, en prenant en compte le frottement local résultant de l'écoulement du troisième corps et l'influence des phénomènes locaux (échelle micro) et appliqué à un cas de référence pour lequel les instabilités de contact ont été étudiées [LIN 03].

Après une présentation du principe du dialogue utilisé en présentant les modèles



d'éléments finis, d'éléments discrets choisis, une analyse transitoire à l'échelle des premiers corps avec une loi de frottement classique (loi de Coulomb) est présentée comme un cas référence. Une analyse de la dynamique à l'échelle inférieure utilisant le modèle par éléments discrets avec une représentation riche de l'interface. Enfin, pour conclure ce chapitre, les injections de grandeurs issues de l'échelle macroscopique seront utilisés à l'échelle locale (sollicitations) et leur influence sera traitée.

## 4.2 Principe de dialogue local/global

L'approche proposée s'apparente aux approches multi-échelles *FEM<sup>2</sup>* [FEY 00] qui utilisent des simulations éléments finis à une échelle micro pour déterminer des paramètres de loi de comportement à l'échelle macro, ici l'approche diffère légèrement puisque chaque échelle est associée à des méthodes (élément finis/éléments discrets) mais aussi des description (continue/discrète) différentes. Cependant les deux échelles sont traitées via le même formalisme, i.e. via l'approche NSCD avec un traitement implicite de la dynamique et un traitement implicite du contact.

A l'échelle globale, le premier corps est considéré continu et modélisé par éléments finis et est en contact avec un élément parfaitement rigide. Il est soumis à des sollicitations tribologiques (compression et cisaillement) au cours de la simulation. Des conditions de raccords périodiques sont utilisées dans les sens de l'écoulement liant ainsi le déplacement des noeuds aux extrémités droite et gauche.

A l'échelle du troisième corps, le milieu discontinu est modélisé par éléments discrets. Le comportement élastique avec endommagement du matériau est défini en utilisant un modèle de zone cohésive comme loi d'interaction. Cette loi permet de représenter un modèle continu équivalent, pouvant naturellement se dégrader au travers d'une variable d'endommagement  $\beta$  intégrée à chaque contact.

Le dialogue numérique est constitué de trois étapes décrites ci-dessous :

- **Étape 1** : les simulations par élément finis sont réalisées (sous sollicitations tribologiques) en utilisant un coefficient de frottement de Coulomb constant (cas de référence) dans une gamme de variation de 0.1 à 0.9. Ces simulations permettent de déterminer pour chaque noeud à l'interface, une couple de sollicitation "force normale/vitesse tangentielle relative"  $(f_n; v_t)$  qui sera utilisée ultérieurement comme donnée d'entrée à l'échelle locale.
- **Étape 2** : le modèle par éléments discrets est utilisé dans un modèle micro représentant un élément du maillage d'élément finis. Les paramètres de la loi

$CZM$  sont déterminés de telle sorte que le matériau discontinu ait le même comportement mécanique global que le matériau continu. De plus, ce milieu discontinu s'endommage au cours de la simulation (via l'endommagement des contacts reliés à la variable  $\beta$ ), ce qui permet de prendre en compte l'usure à l'échelle locale. Ce couplage a la capacité de transférer progressivement les informations mécaniques d'un milieu continu à un milieu discontinu plus complexe. Les conditions limites du modèle éléments discrets sont issues de l'étape 1 à savoir une force normale  $f_n$  appliquée à la paroi supérieure et une vitesse de cisaillement  $v_t$  donnée à la paroi inférieure. Les résultats de ces simulations donnent une évolution temporelle du coefficient de frottement en fonction de la couple  $(f_n; v_t)$ .

- **Étape 3** : des simulations d'éléments finis similaires à celles de l'étape 1 sont finalement réalisées en utilisant le coefficient de frottement local moyen, déterminé dans les simulations à l'échelle locale, ceci afin d'observer l'influence des phénomènes locaux (échelle micro) sur la dynamique globale du système (échelle macro).

Notons que par rapport au concept du **circuit tribologique** [BER 90] dans ce dialogue numérique, seul les débits source et interne de troisième corps sont pris en compte dans le modèle d'éléments discrets. Le débit d'usure n'est pas encore pris en compte (au sens éjection de particules) hors du contact.

Dans les parties suivantes les simulations aux différentes échelles sont analysées en tenant en compte ou pas de l'échelle supérieure.

## 4.3 Échelle globale - cas de référence

### 4.3.1 Modèle de référence

Le cas de référence est un modèle en deux dimensions de 8 000 éléments, représentant le contact entre un parallélépipède élastique et une surface lisse rigide. Un amortissement matériau représenté par un amortissement de Rayleigh ( $\mathbb{C} = \alpha\mathbb{M} + \beta\mathbb{K}$ ) est pris en compte. On utilise aussi des conditions périodiques le long des frontières latérales qui assure la continuité de déplacements au contour du *VER* (*c.f.* Figure 4.1).

Une pression verticale  $P$  est appliquée sur la frontière supérieure du parallélépipède, et la surface rigide est animée d'une vitesse constante  $V$ . Au cours de ces simulations, le coefficient de frottement de type Coulomb reste constant au cours de

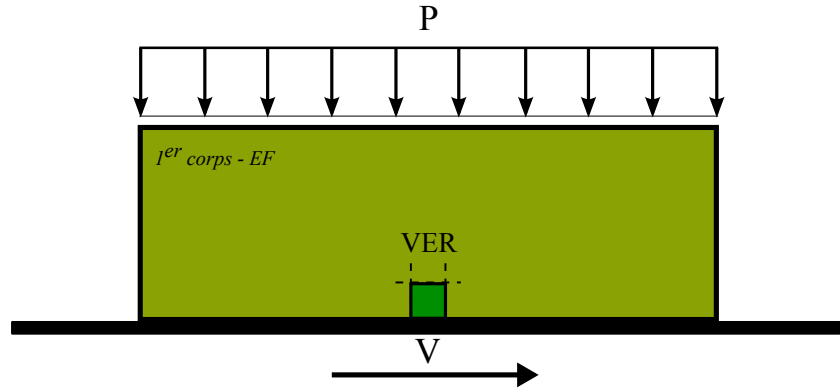


Figure 4.1 – Représentation du modèle EF

la simulation, cependant différentes valeurs sont utilisées (0.1 – 0.9) afin d'évaluer l'influence de  $\mu$  sur le comportement global du système.

Les paramètres du modèle sont récapitulés dans le tableau 4.1 :

Dimension du corps FEM	$L \times H$	$10 \times 2$	$mm$
Module d'Young	$E$	10 000	$MPa$
Masse volumique	$\rho_1$	2 000	$kg.m^{-3}$
Coefficient de Poisson	$\nu_1$	0.3	
Coefficient d'amortissement de Rayleigh	$\alpha_R$	0.04	$rad\ ms^{-1}$
	$\beta_R$	$4.5E - 04$	$ms\ rad^{-1}$
Coefficient de frottement de Coulomb	$\mu$	[0.1 – 0.9]	

Table 4.1 – Description du modèle EF dans les simulations à l'échelle globale

Comme vu dans la partie 3.4.2, l'amortissement structural est relié à un amortissement matériau et non pas à un amortissement numérique.

Le matériau considéré étant le même qu'au chapitre 3, les paramètres de l'amortissement de Rayleigh utilisés dans cette étude sont  $\alpha_R = 0.04\ rad\ ms^{-1}$ ;  $\beta_R = 4.5 \cdot 10^{-4}\ ms\ rad^{-1}$ .

Le pas de temps de calcul est choisi inférieur à la valeur du temps critique pour éviter des perturbations numériques sur le comportement du matériau. Le pas de temps critique est égal à :

$$\begin{aligned}
 d_{tc} &= l_{min} \sqrt{\frac{\rho_1}{E}} \\
 &= 2.23 \cdot 10^{-5} (ms),
 \end{aligned}
 \tag{4.1}$$

où  $l_{min}$  est la longueur représentative d'un élément fini (longueur d'élément au

niveau du contact) et  $\sqrt{\frac{\rho_1}{E}}$ , la vitesse de l'onde longitudinale du matériau soumise à une compression ou une traction ( $\rho_1$  masse volumique,  $E$  module d'Young).

Dans cette section, le pas de temps de calcul est égal à :  $d_t = 0.8 \cdot 10^{-6} < d_{tc}$ .

### 4.3.2 Influence de la vitesse

Comme vu dans la littérature, différents auteurs attribuent l'apparition du régime *glissement-adhérence* (*stick-slip*) à l'échelle globale à la variation de la vitesse de glissement macroscopique [ADA 98, LIN 03]. Le modèle de référence est utilisé avec une variation de la vitesse de cisaillement 1 à 5  $m.s^{-1}$  et son influence sur le frottement global du système ainsi que sur les instabilités générées dans le contact est regardée, en notant que le frottement local est constant et appliqué en chaque nœud de la face inférieure de la plaquette en contact avec le disque rigide.

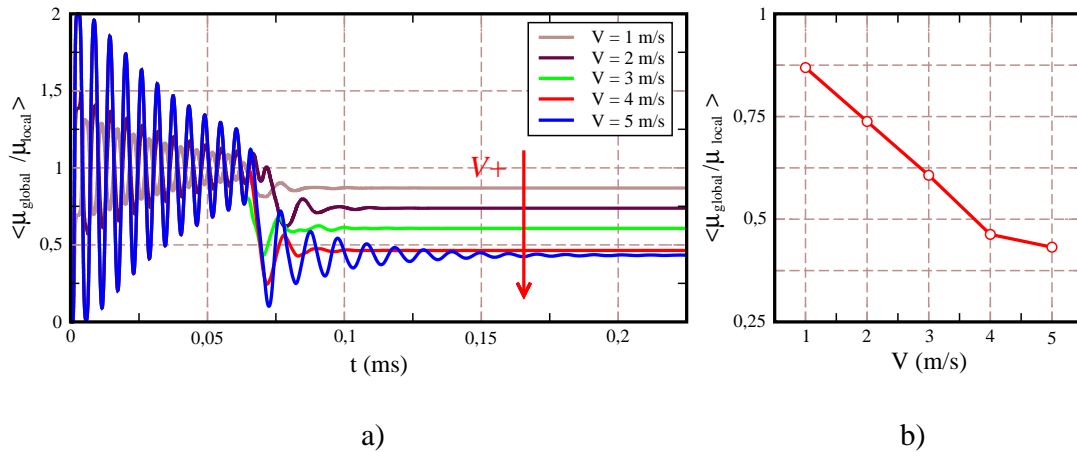
#### 4.3.2.1 Influence de la vitesse sur le frottement global

Des études expérimentales ont montré que le coefficient de frottement diminue avec la vitesse. Comme présenté par Adams [ADA 95, ADA 98], ceci vient du fait que lors d'essais expérimentaux le coefficient de frottement mesuré ne correspond pas au coefficient de frottement à l'interface mais à un coefficient de frottement global situé loin du contact, i.e. le coefficient de frottement global. Il montre également sur un cas de contact entre deux massifs semi-infinis que lorsqu'on choisit un coefficient de frottement constant à l'interface, il est possible d'obtenir une décroissance du coefficient de facteur global avec la vitesse.

Ce comportement est obtenu également avec notre modèle de référence. Pour chaque simulation, un facteur de frottement est introduit pour représenter le rapport entre le frottement global mesuré et le frottement local introduit (i.e.  $\mu_{global}/\mu_{local}$ ).

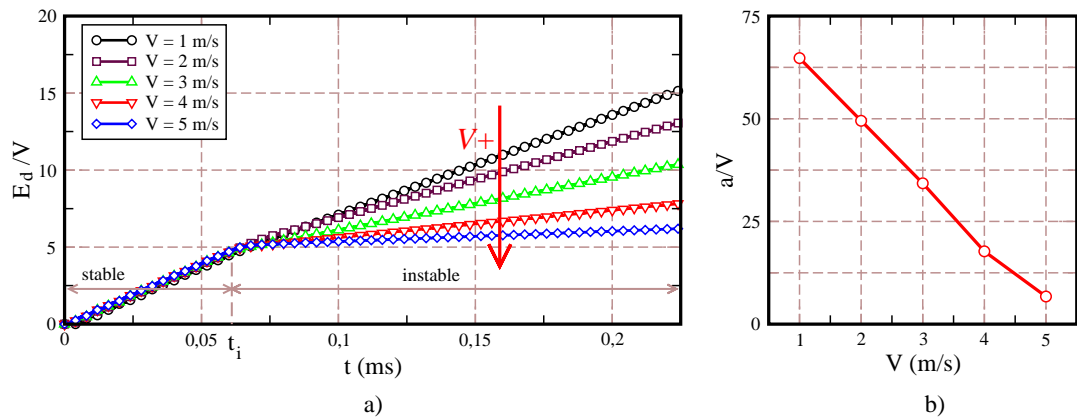
La figure 4.2 a) présente l'évolution des facteurs de frottement mesurés au cours des simulations pour différentes vitesses de cisaillement appliquées sur la surface rigide.

Une décroissance du facteur de frottement est obtenue et correspond à l'augmentation de la vitesse appliquée ( $\mu_{global}/\mu_{local} < 1$ ) (c.f. Figure 4.2 b). Ceci peut être expliqué par la dissipation d'énergie du système mesurée pour chaque simulation. La figure 4.3 a) présente un rapport entre dissipation d'énergie globale et vitesse appliquée ( $E_d/V$ ) au cours de la simulation. A différentes vitesses de cisaille-



**Figure 4.2** – Evolution temporelle du frottement global au cour de la simulation a) et en fonction de vitesse de cisaillement  $V$  b)

ment correspondent différentes dissipations d'énergie par frottement. Après avoir passé une phase transitoire (i.e.  $t_i$  sur la figure 4.3 a), les dissipations d'énergie sont linéaires avec différentes pentes  $a$ , représentées sous la forme linéaire :  $E_d = at + b$ , où  $b$  est l'ordonnée à l'origine (c.f. Figure 4.3 b).



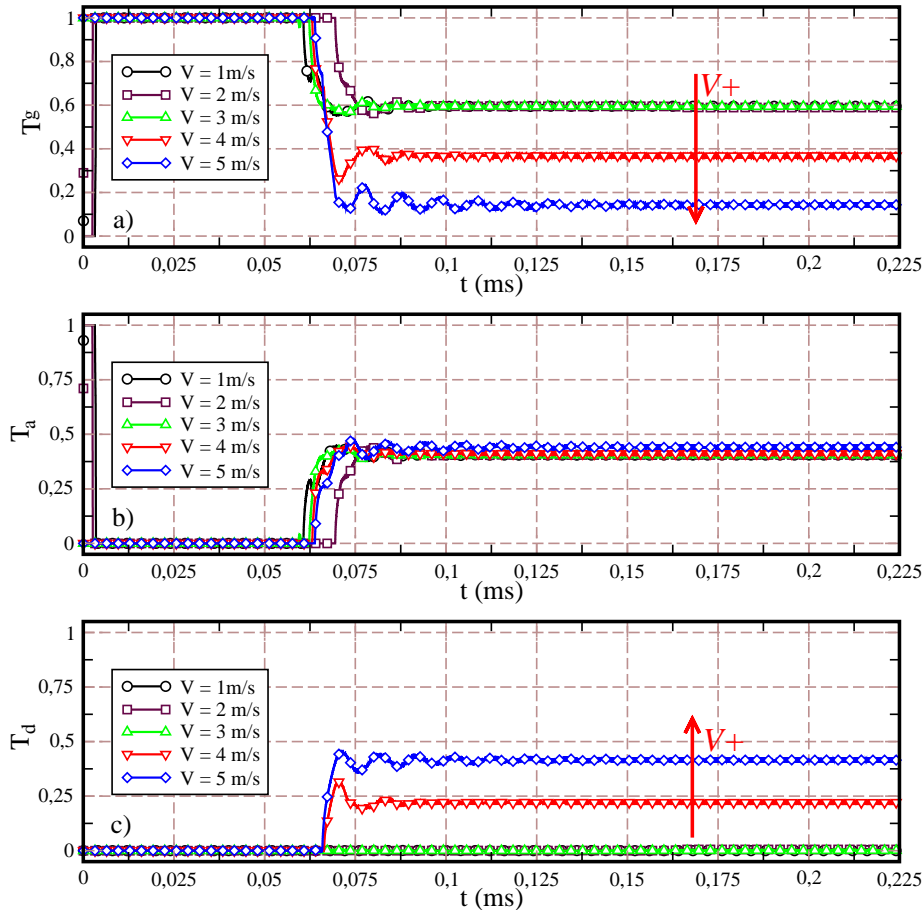
**Figure 4.3** – Rapport entre dissipation d'énergie et vitesse de cisaillement a) et pente du rapport b) pour différentes vitesse appliquée  $V$

Le modèle utilisé ici nous permet donc de retrouver les mêmes tendances que les résultats de la littérature, même si l'approche numérique utilisée ne traite pas de la même façon la dynamique et le traitement du contact (dynamique implicite).

#### 4.3.2.2 Influence de la vitesse sur les instabilités de contact

La section précédente vient de montrer la relation entre frottement global, local et vitesse de cisaillement. Nous regardons maintenant l'influence de cette même

vitesse sur les instabilités de contact. La figure 4.4 montre les différents taux (glissement, adhérence et décollement) pour différentes vitesses appliquées (de 1 à 5  $m/s$ ) et pour un coefficient de frottement de 0.4.

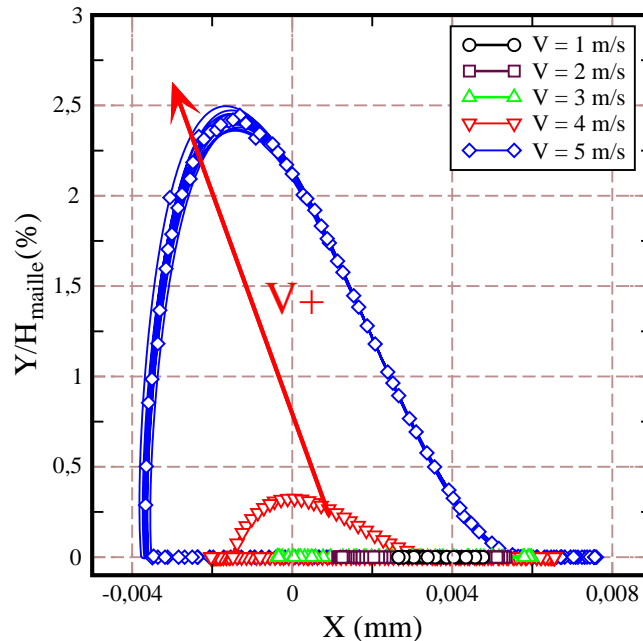


**Figure 4.4** – Taux de glissement a), adhérence b), décollement c) avec différentes vitesses appliquée  $V$  en fixant  $\mu_{local} = 0.4$ .

Pour des vitesses inférieures à 3  $m/s$ , les statuts des noeuds au contact sont glissants ou adhérents en gardant un taux de décollement nul. Ceci correspond à un régime de *glissement-adhérence*, une décroissance de frottement global et à une modification du frottement directeur de la partie décrivant la dissipation d'énergie du système comme observé dans le section précédente (*c.f.* Figure 4.3). Pour voir l'apparition de statuts décollés, il faut atteindre des vitesses de 4 et 5  $m/s$  avec une valeur du taux de décollement qui augmente avec la vitesse.

En focalisant sur un point de l'interface de contact, il peut donc être associé aux statuts glissant, adhérent ou décollé. La figure 4.5 montre les trajectoires (suivant  $x$  et  $y$ ) d'un point central pour différentes vitesses de cisaillement. Ces trajectoires mettent en évidence soit un statut *glissant*, *adhérent* soit *décollé*. Ces statuts sont

obtenus harmoniquement au cours de la simulation. L'amplitude de  $(X, Y)$  est fonction de la vitesse de cisaillement sans toutefois, qu'il y ait de relation linéaire car  $Y_{max}$  n'est pas proportionnelle à  $V$  (valeur saturante), valeur devant être dépendante du matériau et de la force appliquée.



**Figure 4.5** – Trajectoire d'un point central pour différentes vitesses appliquées  $V$

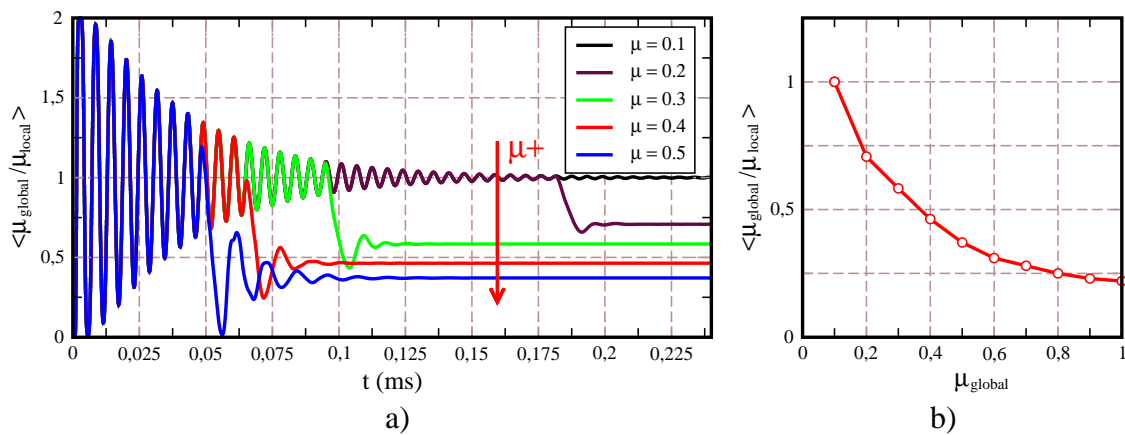
Les simulations par éléments finis dans le cas de référence, montrent l'influence de la vitesse de cisaillement sur les régimes de vibration du système. Ces résultats montrent une parfaite adéquation avec des études expérimentales [ADA 98] et numériques [LIN 03] mais en utilisant une approche numérique de gestion du contact différente, nous permettant ainsi de valider encore une fois notre approche.

### 4.3.3 Influence du frottement local

Afin d'étudier l'influence de la condition locale (i.e. le coefficient de frottement local introduit à l'interface) sur la vibration globale du système, des simulations à cette échelle sont effectuées avec différents frottements locaux ( $\mu \in \{0.1 - 0.9\}$ ) pour une vitesse de cisaillement donnée. Pour chaque simulation, le régime de vibration généré par le système est identifié.

#### 4.3.3.1 Influence du frottement local sur le frottement global

A une augmentation du frottement de Coulomb au contact, correspond aussi à une décroissance du frottement global mesuré (*c.f. Figure 4.6*). Cette décroissance peut-être expliquée par un changement des conditions locales au contact, i.e. la présence de contacts non-glissants. Pour un frottement local de 0.1, le frottement global est conservé ( $\mu_{global}/\mu_{local} = 1$ ). Pour les valeurs de  $\mu_{local} \geq 0.2$ , le facteur de frottement est obtenu ( $\mu_{global}/\mu_{local} < 1$ ) et correspond à l'augmentation de  $\mu_{local}$ . Cette relation n'est pas linéaire et est présentée dans la figure 4.6 b).



**Figure 4.6** – Evolution temporelle du frottement global adimensionné au cours de la simulation a) et en fonction du frottement local  $\mu$  b)

Ce comportement est vérifié également avec l'évolution de la dissipation d'énergie par frottement pour différents frottements locaux (*c.f. Figure 4.7*). La dissipation d'énergie linéaire pour le cas de frottement faible ( $\mu = 0.1$ ) montre une adéquation avec le régime stabilisé du système (*glissement pur*). Pour un frottement local plus grand, on observe une bifurcation dans l'évolution de la dissipation d'énergie, bifurcation arrive rapidement lorsque le frottement local est grand. En effet, plus le frottement est grand, plus la résistance au mouvement (passage état adhérent à glissant ou décollé) est importante. Ainsi ce changement de statuts va générer des ondes avec des valeurs énergétique très importantes qui vont de moins en moins bien être dissipée dans la structure générant ainsi différents régimes d'instabilité.

Notons que le frottement est en relation directe avec la pente décrivant la dissipation d'énergie (*c.f. Figure 4.8 a*) et avec le seuil de temps  $t_i$  pour changement de cette dissipation d'énergie (*c.f. Figure 4.8 b*).

Les changements des mesures de frottement global et de la dissipation d'énergie du système résultent des instabilités de contact au niveau local. Une analyse est donc



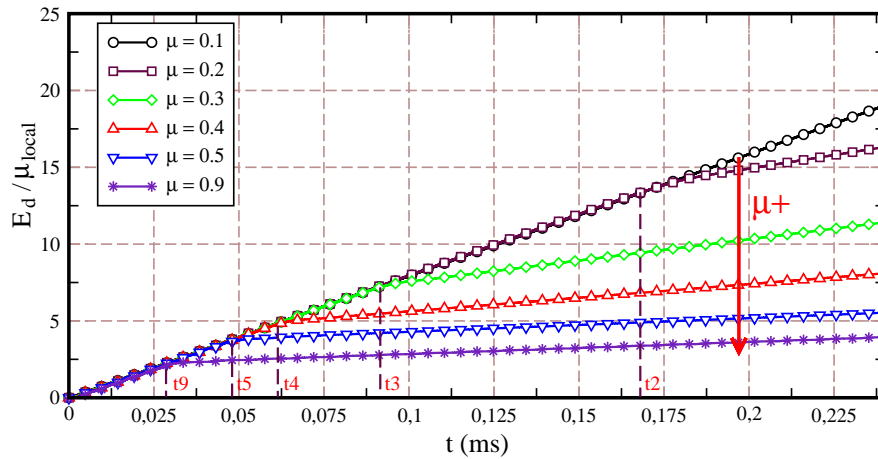


Figure 4.7 – Rapport entre dissipation d'énergie et frottement local pour différentes valeurs de  $\mu_{local}$ .

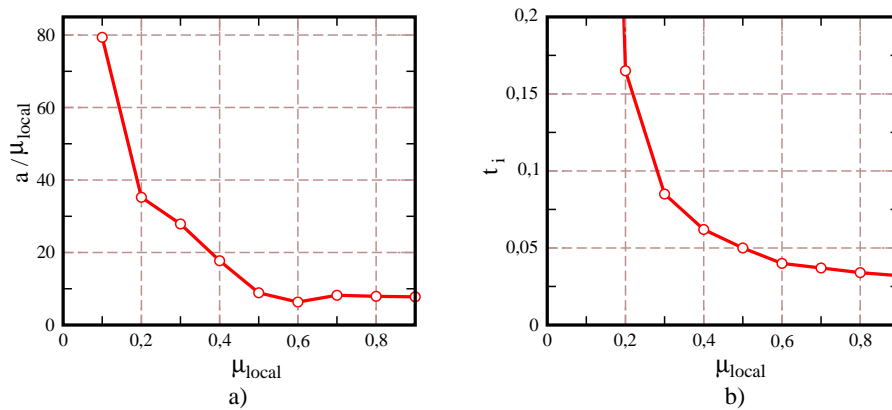


Figure 4.8 – Coefficient directeur de  $E_d/\mu_{local}$  en régime stabilisé a) et temps d'apparition des instabilités b) en fonction de  $\mu_{local}$ .

nécessaire pour identifier l'influence du frottement local sur ces régimes d'instabilités.

#### 4.3.3.2 Influence du frottement local sur les instabilités de contact

Dans les différentes section précédentes, des instabilités de type *glissement-adhérence-décollement* apparaissent au niveau du contact et semblent dépendre d'une valeur seuil. Quand la valeur du frottement local est plus faible que la valeur seuil, on n'observe que des instabilités de type *glissement-adhérence* ou une stabilité de type *glissement*. Au-delà de cette valeur, on observe l'apparition des trois régimes plus ou moins rapidement. Ceci correspond avec la décroissance du frottement global et des valeurs d'énergie dissipée.

Pour illustrer ces instabilités, la figure 4.9 montre les trajectoires d'un noeud central de la plaquette pour plusieurs valeurs de frottement local. Les simulations sont effectuées en fixant la vitesse de cisaillement à 4 m/s. Lorsque la valeur de frottement local dépasse le seuil, on retrouve un déplacement périodique suivant  $y$  non-nul ( $Y > 0$ ). Ce déplacement devient plus important avec l'apparition des instabilités de type *glissement-adhérence-décollement*. La valeur maximale de  $Y$  n'est pas proportionnelle au frottement  $\mu_{local}$ .

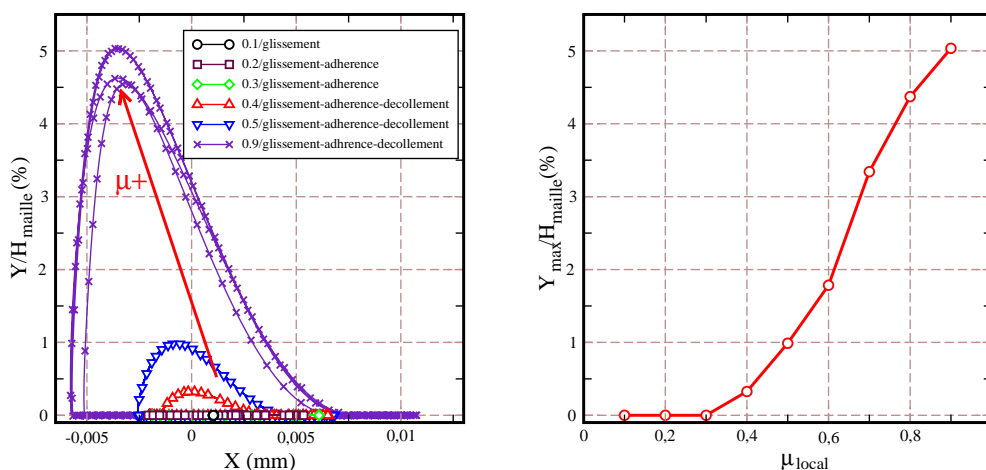


Figure 4.9 – Trajectoires d'un noeud pour différentes valeurs de frottement  $\mu_{local}$ .

Ces déplacements sont également observés sur toute la longueur de la zone de décollement de l'interface de contact, illustré par les vecteurs de déplacement  $Dy$  dans la figure 4.10 (zone de décollement/points bleus). Ces vecteurs sont nuls dans la zone d'adhérence (points verts) et la zone de glissement (points rouge).

Un mouvement *orbital* est représenté par un portrait de phase (évolution de la vitesse  $Vx$  en fonction de la position  $X$ ). Le portrait de phase de la vitesse rela-

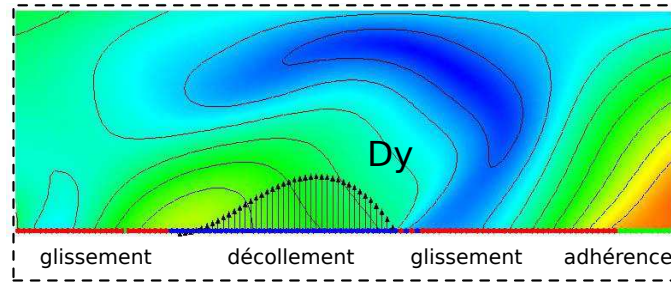


Figure 4.10 – Vecteurs de déplacement  $Dy$  au niveau du contact.

tive tangentielle (c.f. Figure 4.11) montre des orbitales caractérisant un mouvement oscillatoire périodique de différentes amplitudes pour différents frottements locaux. Les valeurs nulles de  $V_x$  sont associées aux statuts adhérents et les valeurs non-nulles aux statuts glissant ou décollés. Le portrait de phase de la vitesse normale (perpendiculaire de surface de contact) (c.f. Figure 4.12 a) représente également ce comportement. Les vecteurs de vitesse normale se retrouvent dans la zone de décollement de contact (c.f. Figure 4.12 b).

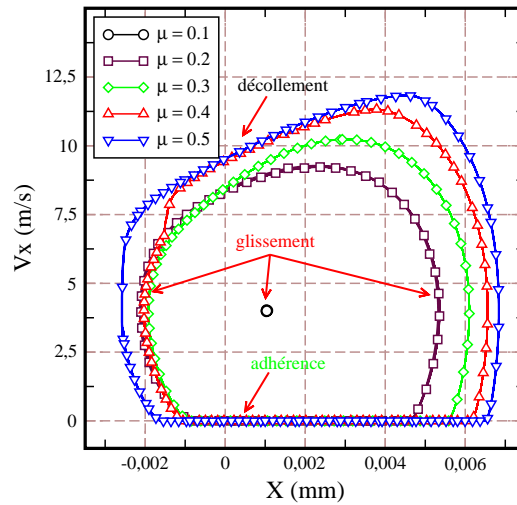


Figure 4.11 – Portrait de phase  $Vx$  en fonction de  $Dx$ .

Une mesure des taux de présence des statuts pour l'ensemble des noeuds au niveau du contact est représentée sur la figure 4.13. En notant que :  $T_g + T_a + T_d = 1$ , les statuts des noeuds au contact sont totalement glissants ( $T_g = 1$ ) pour le cas de frottement local plus faible ( $\mu = 0.1$ ), on a donc obtenu le régime *totaletement glissant*. Ceci correspond à la fois à un régime de glissement, un frottement global constant et à une dissipation linéaire, comme observé dans la section précédente. Le régime *glissement-adhérence* est obtenu pour  $\mu_{local} = 0.2 - 0.3$  ( $T_g + T_a = 1, T_d = 0$ ), le régime *glissement-adhérence-décollement* pour  $\mu_{local} = 0.4 - 0.5$  ( $T_g + T_a + T_d = 1$ ).

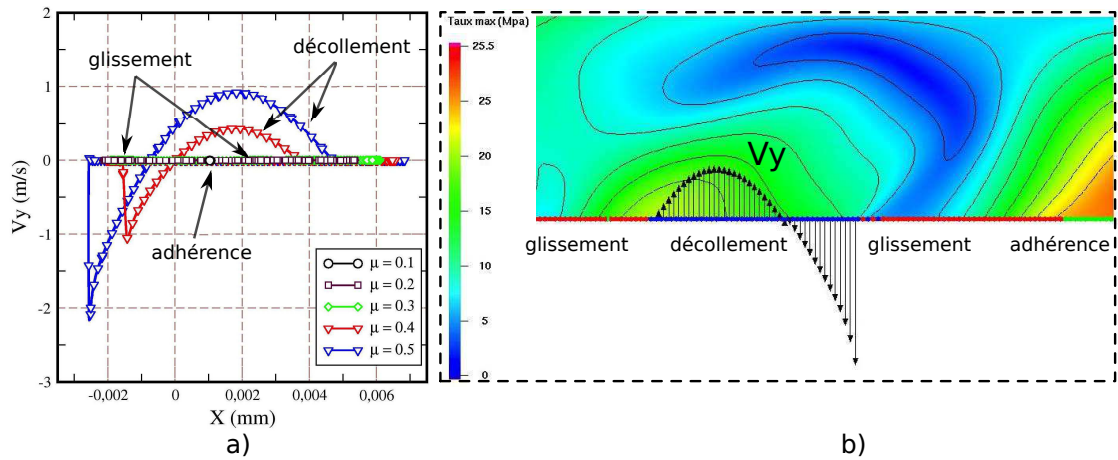


Figure 4.12 – Vecteur vitesse  $V_y$  en fonction de  $Dx$  a) et composante du vecteur de vitesse  $V_y$  apparent dans la zone décollante de contact b).

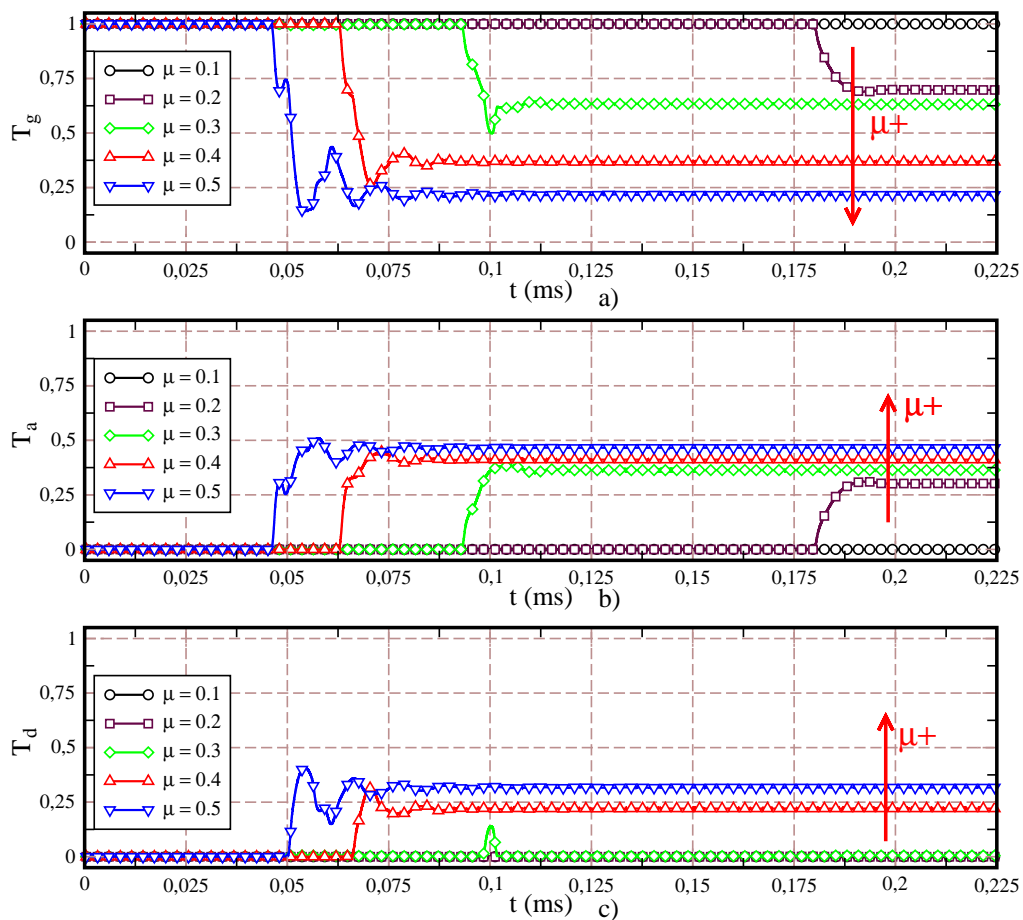
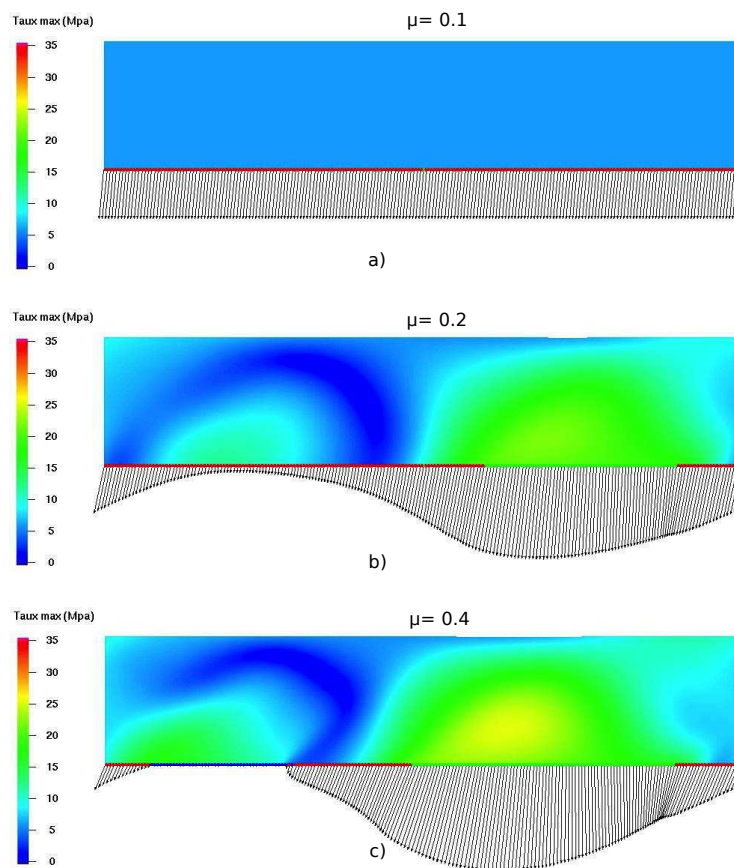


Figure 4.13 – Taux de glissement a), d'adhérence b) et de décollement c) pour différents frottements locaux  $\mu_{\text{local}}$  en fixant  $V$  à 4 m/s.

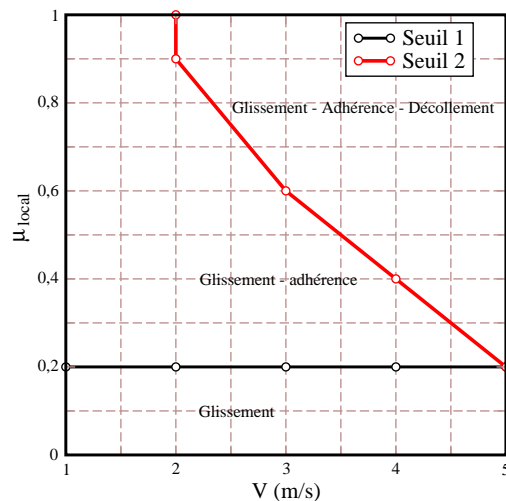
L'apparition des instabilités dans le système est une conséquence importante de la modification du comportement mécanique des corps en contact (contraintes, déformations, vibrations, etc.). La figure 4.14 illustre la distribution du champ de contrainte tangentielle maximale ( $\tau_{max}$ ) dans le corps déformable pour différents régimes d'instabilités de contact. Le régime *totaletement glissant* montre une distribution homogène et une valeur de contrainte  $\tau_{max}$  faible (c.f. Figure 4.14 a). D'autre part, des instabilités de contact résultent d'une distribution hétérogène et une valeur plus grande des contraintes  $\tau_{max}$  (c.f. Figure 4.14 b) et c). Les valeurs plus grandes des contraintes  $\tau_{max}$  se distribuent dans les zones d'adhérences tandis que celles plus faibles dans les zones glissantes et décollées. Ceci correspond à l'homogénéité/hétérogénéité des vecteurs de réaction à l'interface de contact.



**Figure 4.14** – Contrainte de cisaillement maximale pour  $\mu_{local}$  égal à a) 0.1, b) 0.2 et c) 0.4.

### 4.3.4 Synthèse : Relation entre le frottement local et la vitesse appliquée

Les sections précédentes montrent des seuils de vitesse et de frottement pour les changements de régime de vibration locale du système. Une carte de frottement local/vitesse appliquée est réalisée pour les gammes de variations de vitesse ( $V \in \{1 - 5 \text{ m/s}\}$ ) et de frottement ( $\mu \in \{0.1 - 0.9\}$ ) étudiés (*c.f. Figure 4.15*). Les seuils sont retrouvés également mais à différentes valeurs, sous différentes conditions (de vitesse de cisaillement et de frottement local). Le régime *glissement-adhérence-décollement* n'apparaît que lorsque la vitesse de cisaillement est suffisamment grande ( $V \geq 2 \text{ m/s}$ ) et que le frottement  $\mu_{local}$  est supérieur au seuil 2 (courbe rouge). D'autre part, le régime *glissement-adhérence* est lié à une condition sur la vitesse ( $V < 4 \text{ m/s}$ ) et un frottement  $\mu_{local}$  entre le seuil 1 (courbe noire) et seuil 2 (courbe rouge).



**Figure 4.15** – Carte de relation entre frottement local et vitesse appliquée pour le régime de la dynamique locale.

Il n’y a donc pas de relation univoque entre régimes d’instabilités, frottement local et vitesse de cisaillement. Le régime de glissement semble être lié uniquement à la donnée du frottement. Il faut rester prudent car il ne faut pas oublier la notion temporelle de cette “carte”. En effet, chaque point de mesure est obtenu à un temps donné. Il faudrait donc vérifier la robustesse de ce type de “carte” pour des temps plus longs.

### 4.3.5 Conclusion

Dans cette section dédiée à l'échelle globale, des simulations des premiers corps en contact (cas de références) sont effectuées pour analyser le comportement de la vibration locale (régime de contact).

Dans la première étude, l'influence des sollicitations mécaniques (vitesse de cisaillement) sur le régime de vibration locale est étudiée, avec pour but de valider l'approche numérique *NSCD* utilisée dans les simulations. Les comportements obtenus montrent une très bonne adéquation avec les études expérimentales ainsi que l'étude numérique en utilisant une approche de gestion de contact différente.

Dans la deuxième étude, des simulations avec une gamme de variation de frottement local sont présentées pour mettre en valeur l'influence de ce paramètre local sur la vibration ou dynamique locale générées dans système.

Des instabilités deviennent importantes pour une modification de la condition locale dans le contact et ainsi que la vibration globale du système. Ses conséquences principales sont les bruits (le crissement du système) et l'usure dans l'interface de contact.

## 4.4 Échelle locale

A l'échelle macroscopique, lorsque le coefficient de frottement est utilisé comme condition limite, rare sont les exemples [TEM 08] qui se focalisent sur les phénomènes se produisant au niveau du contact négligeant ainsi le troisième corps. Par conséquence, il nous faut le prendre en compte dans des simulations à l'échelle locale.

Lors de simulations à l'échelle locale, le troisième corps est le résultat d'interaction entre les deux corps en contact. Il est alors possible de considérer le troisième corps comme un indicateur des conditions de contact pour évaluer ses effets sur le comportement de la structure. Il est alors nécessaire de considérer le frottement comme le résultat, la somme ou la compétition de phénomènes locaux de nature différentes (mécanique, physico-chimique, thermique, etc.).

Dans cette partie, une analyse locale est effectuée en utilisant le troisième corps comme un outil pour comprendre le comportement du contact dans une analyse tribologique et offrir des éléments de réponse à la question : qui est-ce qui relie le frottement local et la rhéologie du troisième corps ?

Pour cela, nous allons nous placer dans un cadre modèle suffisamment ouvert



pour proposer une analyse détaillée.

A l'échelle précédente, le frottement est introduit par un coefficient constant. Il s'agit d'un postulat général de la description de frottement alors que celui-ci dépend des sollicitations à la surface du contact à l'instant  $t$ .

En passant à l'échelle du troisième corps, le frottement local n'est plus présenté par un coefficient constant mais peut être mesuré localement de façon "plus naturelle". Par contre, ce frottement local résulte d'effets complexes tels que, entre autre, :

- la géométrie (rugosité) de troisième corps/premiers corps dans le contact ;
- l'apparition de l'usure (dégradation des premiers corps) dans le contact ;
- la déformation des premiers corps et/ou troisième corps ;
- l'adhésion (physico-chimie) entre les corps dans le contact.

Tous ces phénomènes sont importants pour décrire le frottement de façon plus naturelle, description qu'il est difficile d'obtenir à l'échelle des corps en contact ainsi que dans les approches expérimentales.

#### 4.4.1 Modèle éléments discrets

##### 4.4.1.1 Paramètres mécaniques

Le modèle éléments discrets utilisé pour analyser le comportement local est d'une taille égale à celle d'un élément du maillage éléments finis ( $50\mu m \times 50\mu m$ ) présenté dans la section 4.3.1 (*c.f. Figure 4.16*). Il est constitué d'environ 5 600 disques rigides dont le diamètre moyen est de  $0.7\mu m$ .

Afin d'obtenir un comportement mécanique similaire à celui d'un milieu continu modélisé par éléments finis, les paramètres de la loi de contact CZM sont adaptés pour retrouver les paramètres mécaniques utilisés à l'échelle globale ( $E^* = 10\,000\text{MPa}$ ,  $\nu^* = 0.3$ ).

La description du modèle utilisé dans ces simulations est récapitulée dans le tableau 4.2.

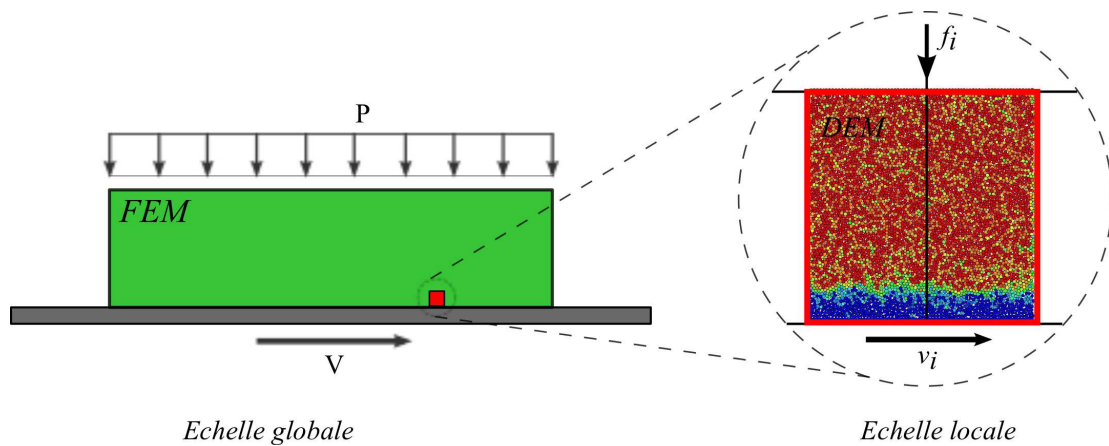
##### 4.4.1.2 Essais de traction uni-axiale

Afin de déterminer les paramètres des lois CZM, des essais numériques de traction sont effectués sur l'échantillon discret, ainsi que des essais de compression pour déterminer les paramètres de la loi *ELAS-CZM*.



Dimension du corps (éléments finis)	$L \times H$	$50 \times 50 \mu m$
Module d'Young	$E^*$ par CZM	$10\,000 MPa$
Masse volumique	$\rho^*$	$2\,000 kg.m^{-3}$
Coefficient de Poisson	$\nu^*$	$0.3$
Coefficient de frottement local constant (entre les particules)	$\mu_{local}$	$nul$

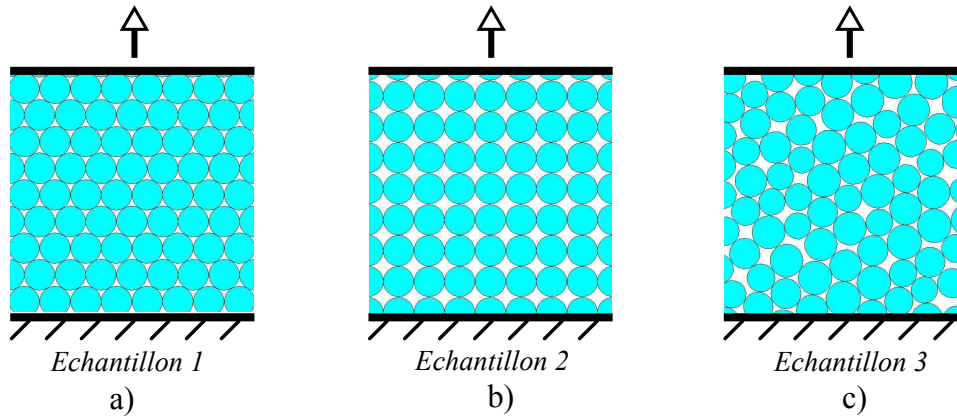
**Table 4.2** – Description du modèle par éléments discrets dans les simulations à l'échelle locale



**Figure 4.16** – Représentation du modèle éléments discrets correspondant à une maille du modèle éléments finis.

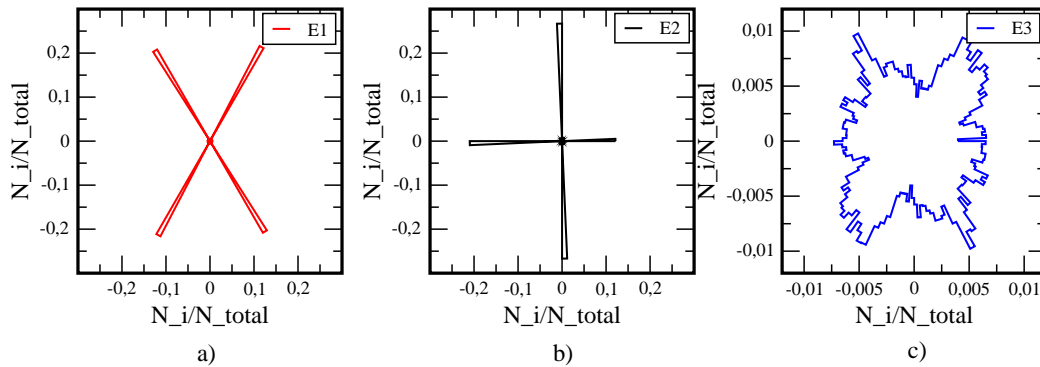
Afin d'évaluer l'influence de l'empilement discret (ou encore de la discrétisation par approche discrète, au sens méthode sans maillage), trois échantillons sont utilisés : deux avec une structure régulière de type cristalline, notés  $E1$  et  $E2$  (c.f. Figure 4.17 a) et b) et une structure aléatoire, noté  $E3$  (c.f. Figure 4.17 c). Pour les essais, la paroi inférieure est maintenue fixe tandis que la paroi supérieure subit un déplacement imposé. Des conditions périodiques sont utilisées pour le transfert de charge perpendiculaire à la sollicitation.

Le module d'Young est calculé via l'évolution de la contrainte normale mesurée au niveau du bord inférieur et de la déformation normale suivant le sens de traction. La contrainte normale est mesurée comme le rapport de la somme des forces de contact sur le bord supérieur et de la longueur de l'échantillon (en  $2D$ ). Concernant la microstructure de l'échantillon, la figure 4.18 présente la distribution des orientations de contact dans les trois échantillons. Dans les deux échantillons réguliers, la distribution des orientations de contact est concentrée suivant deux orientation ( $+60^\circ / -60^\circ$  pour l'échantillon 1 et  $0^\circ / 90^\circ$  pour l'échantillon 2). Par



**Figure 4.17** – Trois échantillons utilisés pour les essais de traction.

contre, pour l'échantillon aléatoire, la distribution est plus homogène avec toutefois des directions principales ( $+60^\circ / -60^\circ$ ). Ceci est la conséquence de la mise en charge pour avoir un échantillon compact.

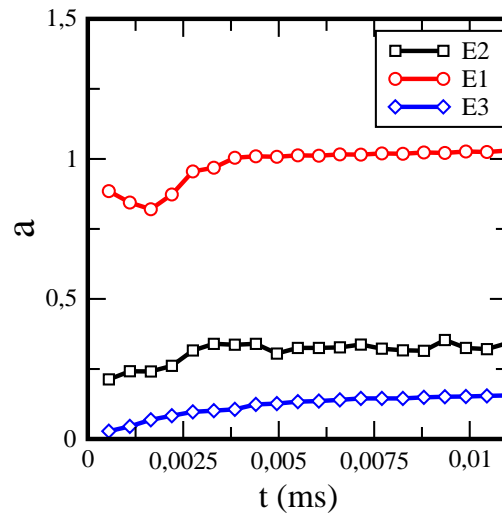


**Figure 4.18** – Distribution d'orientation de contact dans l'échantillon a) E1, b) E2, c) E3.

L'anisotropie, caractérisant une variation dans la statistique des orientations des normales au contact, est fortement corrélée à la micro-structure du milieu [RAD 98]. Elle apparaît donc comme un paramètre interne d'une grande importance. Dans le cas d'évolution quasi-statique, l'anisotropie du matériau, notée  $a$ , est calculée via le tenseur de fabrique d'ordre deux,  $\mathbf{F}$ , pouvant s'exprimer par la relation :

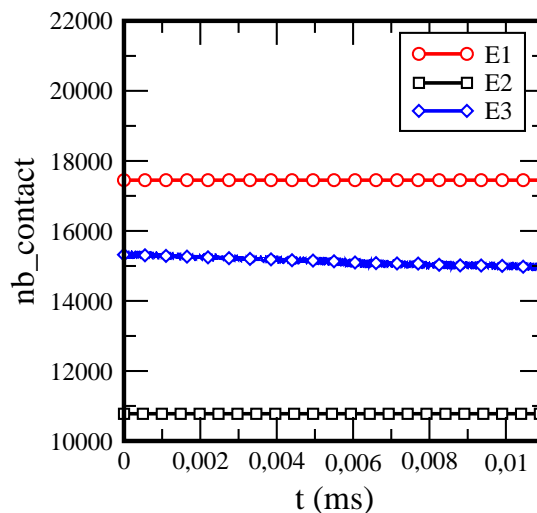
$$\begin{cases} \mathbf{F} = \langle \mathbf{n} \otimes \mathbf{n} \rangle \\ a = 2 \frac{Dev(\mathbf{F})}{Tr(\mathbf{F})} \end{cases}, \quad (4.2)$$

La figure présente l'évolution de l'anisotropie dans les différents échantillons E1, E2 et E3.



**Figure 4.19** – Evolution de l’anisotropie dans l’échantillon E1, E2 et E3.

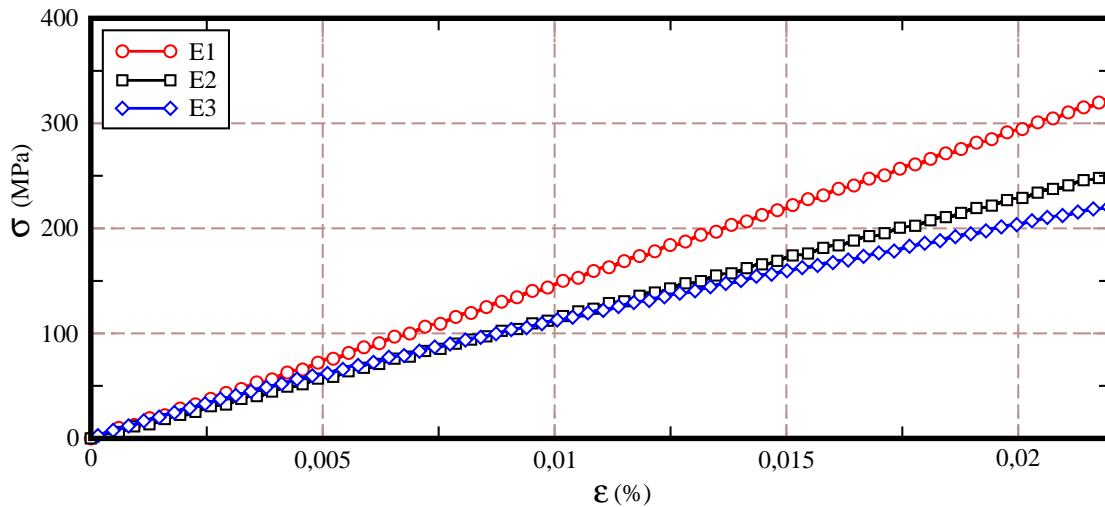
Une conséquence directe de cette différence d’anisotropie est l’évolution du nombre de contacts au cours de l’essai. Celui-ci est mesuré et présenté sur la figure 4.20. Il est constant pour les échantillons 1 et 2 et décroissant pour l’échantillon 3 (*c.f.* Figure 4.20). Cette décroissance est due à la fois à des micro-fissures correspondants à des ruptures de contact ainsi qu’à des réarrangements possibles dus à la compacité initiale.



**Figure 4.20** – Nombre de contacts au cours de la simulation pour les échantillons E1, E2 et E3.

Sous les mêmes sollicitations de traction et les mêmes paramètres de contact, l’échantillon 1 présente un module d’Young de 15 000 MPa, l’échantillon 2 de 11 000 MPa et l’échantillon 3 de 10 000 MPa. Ces résultats correspondent avec

différentes valeurs de contraintes obtenues dans les parois supérieures, notons que les déplacements suivant la direction de traction sont les mêmes. Ces valeurs de contraintes résultent de la somme des forces de contact existant le milieu analysé et sous influence des caractéristiques du milieu (distribution d'orientation de contact, anisotropie, nombre de contact). Les différents échantillons (i.e. différentes structures) montrent différents valeurs caractéristiques. Ceci est représenté par les courbes *contrainte-déformation* de la figure 4.21.

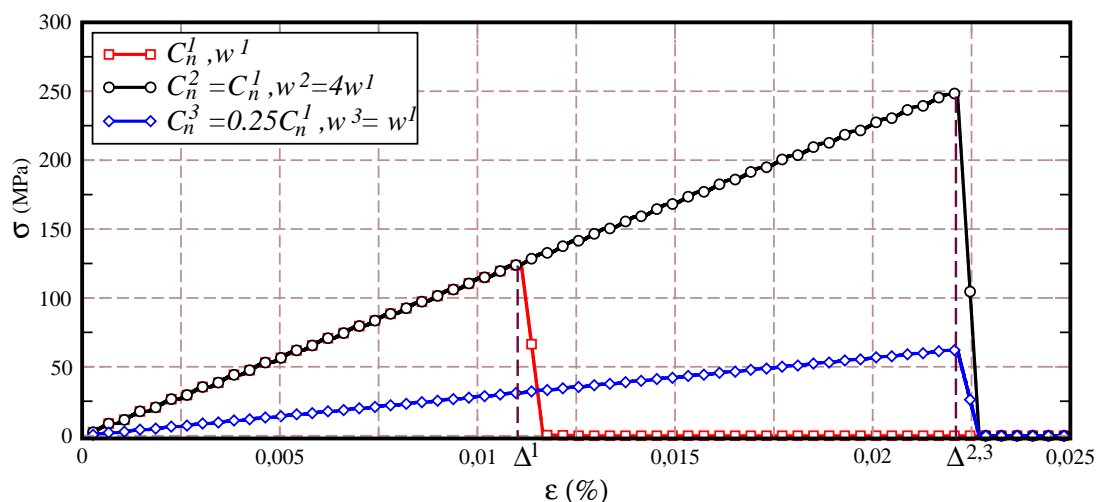


**Figure 4.21** – Courbe  $(\sigma-\epsilon)$  caractéristique de l'essai de traction avec la loi IQS-CZM pour les échantillons E1, E2 et E3.

Un courbe obtenue dans l'essai de traction pour un échantillon par éléments discrets nous permet avoir un comportement élastique correspondant avec celui à l'échelle globale par élément finis. Cependant, il nous faut recalibrer les paramètres de la loi de contact CZM pour chaque structure microscopique. Cela peut s'effectuer en utilisant les caractéristiques du milieu discontinu comme l'anisotropie et le nombre de contact.

Pour un échantillon donné, il nous faut choisir les paramètres de la loi CZM pour caractériser un comportement mécanique du matériau équivalent au matériau utiliser à l'échelle globale. La raideur de traction  $C_n$  est importante pour identifier le module d'Young contrairement à l'énergie de référence  $w$  qui est plus liée à l'aspect rupture. Ceci est représenté dans la figure 4.22 où le module d'Young est mesuré pour différents valeurs locales  $C_n$  et  $w$  de la loi de contact.

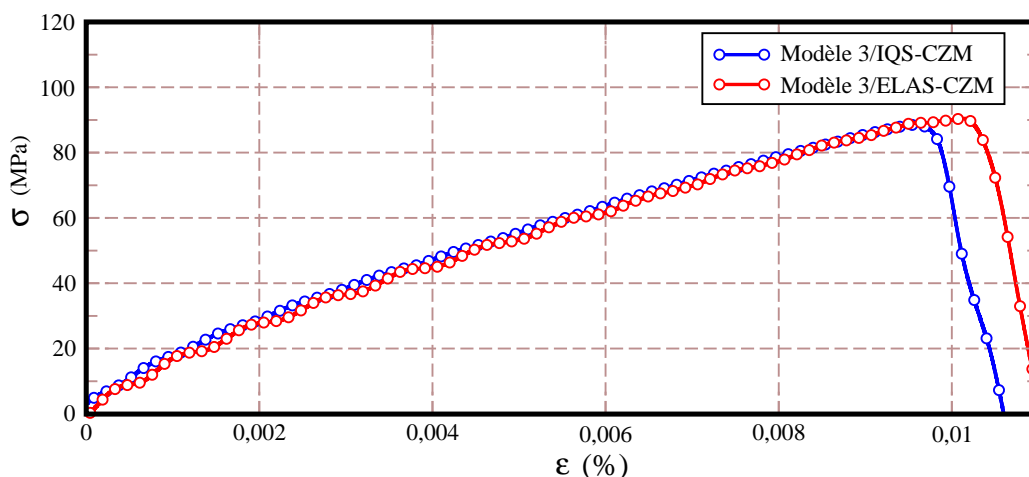
Dans l'essai de traction avec  $C_n^3 = 0.25C_n^1$  et  $w^3 = w^1$ , nous obtenons  $E^3 \approx 0.25E^1$  mais le seuil de rupture  $\Delta^3 \approx 4\Delta^1$ . Dans l'essai de traction avec  $C_n^2 = C_n^1$  et  $w^2 = 4w^1$ , nous obtenons  $E^2 \approx E^1$  mais le seuil de rupture  $\Delta^2 \approx 2\Delta^1$ . Ces



**Figure 4.22** – Courbe  $(\sigma-\epsilon)$  caractéristique de l’essai de traction avec la loi IQS-CZM pour différentes valeurs locales  $C_n$  et  $w$ .

relations sont expliqués par le formule locale (équation 2.13) et du seuil d’élasticité (équation 2.16) de la loi CZM.

Un essai de traction sur le même échantillon, mais en utilisant la loi de contact *ELAS-CZM* est également effectué. La figure 4.23 présente une bonne approximation entre les courbes *contrainte-déformation* des deux lois *IQS-CZM* et *ELAS-CZM*.



**Figure 4.23** – Courbe  $(\sigma-\epsilon)$  caractéristique de l’essai de traction uni-axial par la loi CZM avec ou sans raideur en compression.

Dans ces simulations, on peut considérer la raideur de compression  $k = +\infty$  pour le cas avec la loi *IQS-CZM* et  $k = 0.2 \times 10^5$  avec la loi *ELAS-CZM*. Elles nous permettent alors d’avoir une faible influence de la réponse élastique en compression (par la raideur  $k$ ) sur le module d’Young et le seuil du rupture en traction du

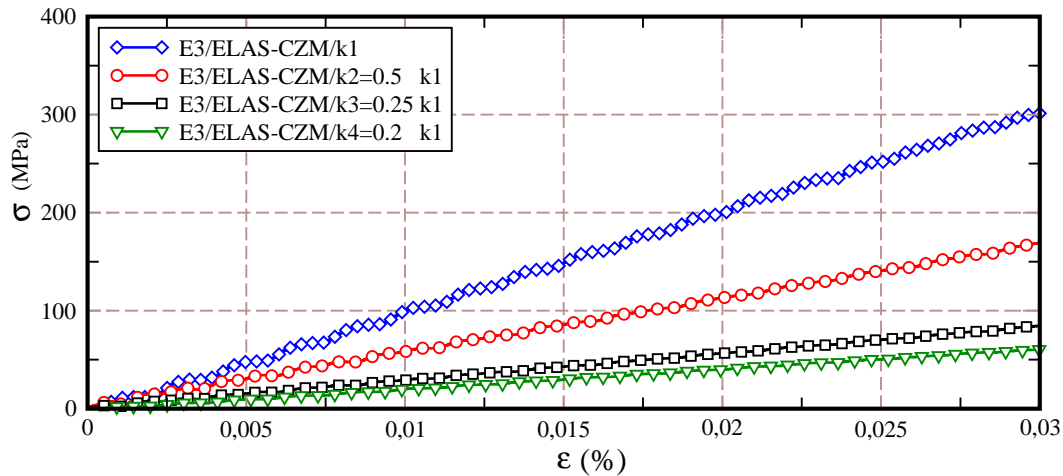
matériau.

#### 4.4.1.3 Essais de compression uni-axiale

Des essais de compression avec la loi de contact *ELAS-CZM* sont réalisés afin de retrouver l'influence de la raideur de compression sur le comportement du matériau. Pour cela, l'échantillon 3 est utilisée avec différentes valeurs de  $k$ .

Au cour de la simulation, la capacité de déformation en compression du milieu est montrée par la déformation dans le sens d'application des sollicitations ou bien par le déplacement de la paroi supérieure de l'échantillon.

Pour retrouver le comportement du milieu en compressions, les courbes de relation  $(\sigma - \epsilon)$  sont mesurées pour différentes valeurs de  $k$ . Ces courbes présentées dans la figure 4.24, montrent un comportement élastique linéaire pour une raideur donnée. De plus, le module d'Young obtenu par ces relations, nous permet avoir une relation proportionnelle entre le paramètre local (raideur élastique en compression  $k$ ) et le paramètre caractéristique global du matériau (module d'Young  $E^c$ ), i.e.  $E_1^c = A E_2^c$  avec  $k_1 = A k_2$ .



**Figure 4.24** – Courbe  $(\sigma - \epsilon)$  caractéristique de l'essai de compression avec la loi *ELAS-CZM* pour 2 valeurs de  $k$ .

#### 4.4.1.4 Conclusion

Dans cette étude, nous avons effectué une caractérisation statique du premier corps par une représentation discrète. Afin de retrouver les paramètres mécaniques ( $E = 10\ 000\ MPa$ ) équivalents, des essais en traction et en compression ont été

réalisés pour caler les paramètres de la loi d'endommagement CZM et son extension. Une fois introduit la capacité d'une réponse en compression via la loi *ELAS-CZM*, le comportement du matériau en compression est retrouvé et n'influence pas sa réponse en traction.

Cependant, la configuration de la structure discontinue par éléments discret est très importante pour la valeur caractéristique du matériau (module d'Young). Pour chaque configuration donnée, il nous faut recalculer les paramètres locaux (de la loi de contact) pour obtenir un comportement mécanique similaire.

Les paramètres des lois de contact locale utilisés dans les simulations sont récapitulés dans le tableau 4.3 :

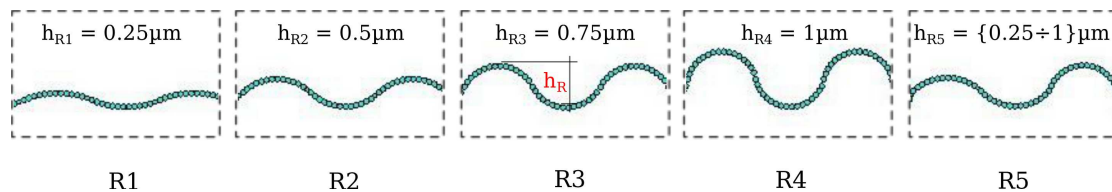
Raideur normal de traction	$C_n$	$0.6 \times 10^8$
Raideur tangentielle de traction	$C_t$	$0.6 \times 10^7$
Energie de référence	$w$	$0.17 \times 10^{-1}$
Raideur de compression	$k$	$0.2 \times 10^5$

**Table 4.3** – Paramètres des lois de contact CZM (*IQS-CZM/ELAS-CZM*).

Une fois les paramètres des lois de contact identifiés, le système est soumis à des sollicitations tribologiques dynamiques (en compression et cisaillement) par la suite pour des simulations prenant en compte la dégradation du milieu continu discret.

## 4.4.2 Analyse transitoire

En focalisant à l'échelle du troisième corps, il existe toujours des rugosités par lesquelles le frottement se produit et par lesquelles l'énergie de cisaillement est introduite dans le système de contact. Pour le milieu par éléments discrets, nous proposons ici un modèle simple de rugosité constitué par des particules rigides avec différentes hauteurs maximales  $h_R$ . Pour chaque modèle, baptisé  $R_i$  (avec  $i \in \{1 - 5\}$ ), les rugosités sont créées périodiquement et ont une même largeur (*c.f.* Figure 4.25).



**Figure 4.25** – Modèles de rugosité utilisés pour les simulations à l'échelle locale.



Au cours de la simulation dynamique, la forme des rugosités n'évolue pas. Les simulations ont toujours un couple (*pression/vitesse*) appliqué sur les parois supérieure et inférieure.

#### 4.4.2.1 Caractérisation dynamique du troisième corps artificiel

Cette étude est basée sur un modèle de référence où le troisième corps est déjà présent sur toute la hauteur de l'échantillon et donc la dégradation du premier corps n'est pas prise en compte. Dans ce modèle, on respecte le principe de *triplet tribologique* avec une description des premiers corps par des parois rigides et du troisième corps par une collection de particules solidaires (c.f. Figure 4.26).

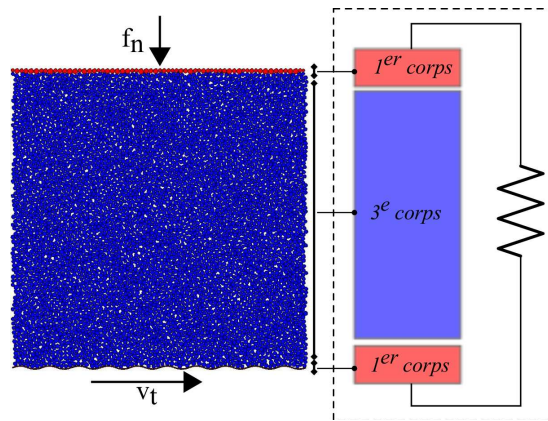


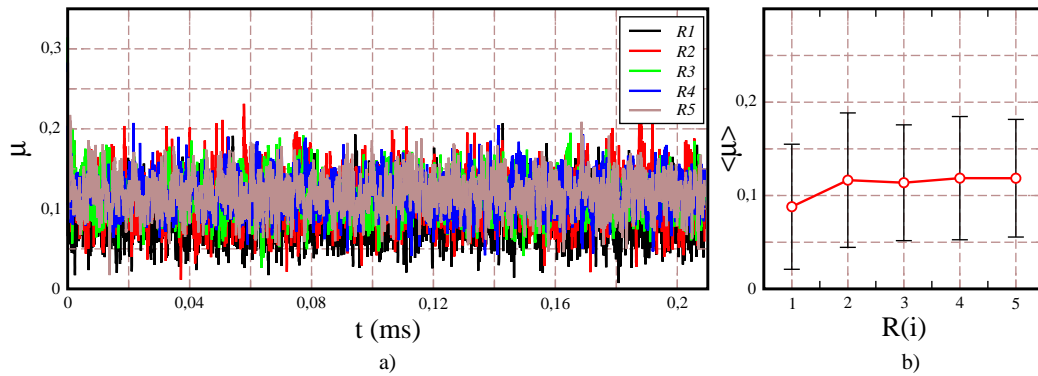
Figure 4.26 – Modèle avec un troisième corps artificiel  $\beta_i = 0, \forall i$ .

Ces échantillons sont soumis à une pression  $P$  de 20 MPa et à une vitesse de cisaillement constante  $V$  de 1 mm/ms, correspondant à un nombre d'inertie  $I$  égal à 0.219 et à une intensité de cohésion  $\eta$  nulle.

La figure 4.27 montre l'évolution du frottement macroscopique en fonction du temps (a) ainsi que les valeurs moyennes dans l'état stationnaire pour différentes rugosités (b). Dans ce modèle, les valeurs de frottement obtenues restent faibles malgré le changement des rugosité : 0.09 pour la rugosité la plus faible  $R1$  et environ 0.11 pour les autres rugosité  $\{R2 - R4\}$  il y a donc faible influence de la rugosité sur le frottement macroscopique en présence d'une couche établie.

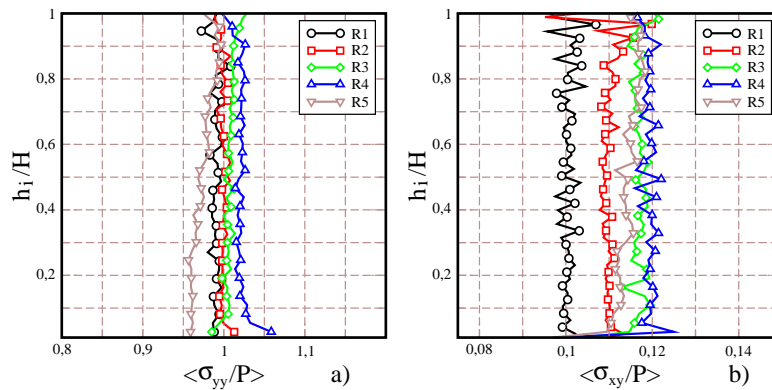
Les contraintes moyennes au sein du milieu granulaire sont présentées dans la figure 4.28. Au niveau du profil de contrainte, les valeurs moyennes de  $\langle \sigma_{yy} \rangle$  se situent autour de la pression imposée. Ceci correspond aux résultats de la littérature, qui ont démontré qu'on ne perd pas d'information dans la transmission de la charge normale lorsque celle-ci passe par une couche granulaire (le troisième corps).





**Figure 4.27** – Frottement macroscopique en fonction du temps pour différentes rugosités.

Pour les valeurs moyennes de  $\langle \sigma_{xy} \rangle$ , elles augmentent lorsqu'on augmente la rugosité mais ces croissances ne sont pas forcément grandes (0.11 + 10%). Ces valeurs moyennes sont assez proches de celle correspondant au frottement macroscopique. Elles montrent également une influence de la rugosité sur transmission des efforts tangentielle dans le système.



**Figure 4.28** – Profil des contraintes a)  $\langle \sigma_{yy}/P \rangle$ , b)  $\langle \sigma_{xy}/P \rangle$  au travers de l'épaisseur du troisième corps pour différentes rugosités utilisées.

Pour les profils de vitesse, l'accommodation de vitesse obtenue est linéaire pour les rugosités  $\{R3 - R5\}$  tandis qu'elle n'est plus linéaire pour les rugosités plus faible  $\{R1, R2\}$  (c.f. Figure 4.29).

Ceci peut être expliqué pour le fait que l'énergie introduite dans le système par cisaillement ne peut pas être transférée à toute l'épaisseur de troisième corps. Cette observation est représentée dans la mesure de l'énergie cinétique (c.f. Figure 4.30).

Pour conclure, il y a très peu d'influence de la rugosité sur le frottement macroscopique mesuré ainsi que sur la transmission normale dans le système en prenant en compte une couche granulaire (le troisième corps). Pourtant, on observe une in-

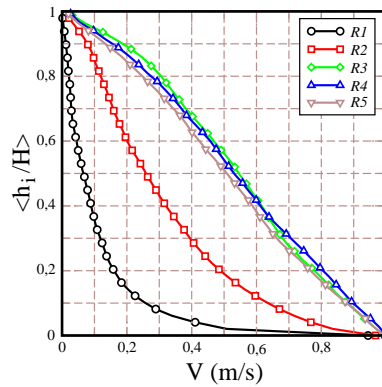


Figure 4.29 – Profils de vitesse au travers de l'épaisseur du troisième corps pour différentes rugosités utilisées.

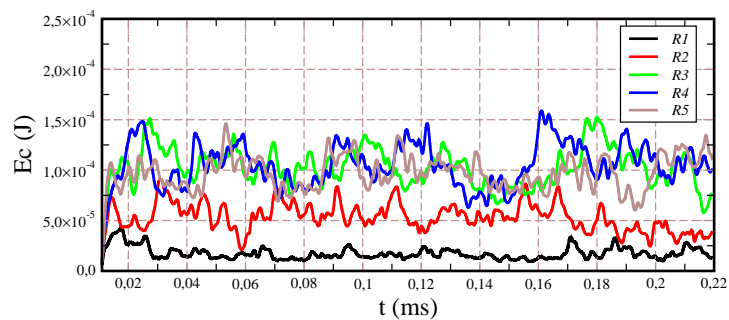


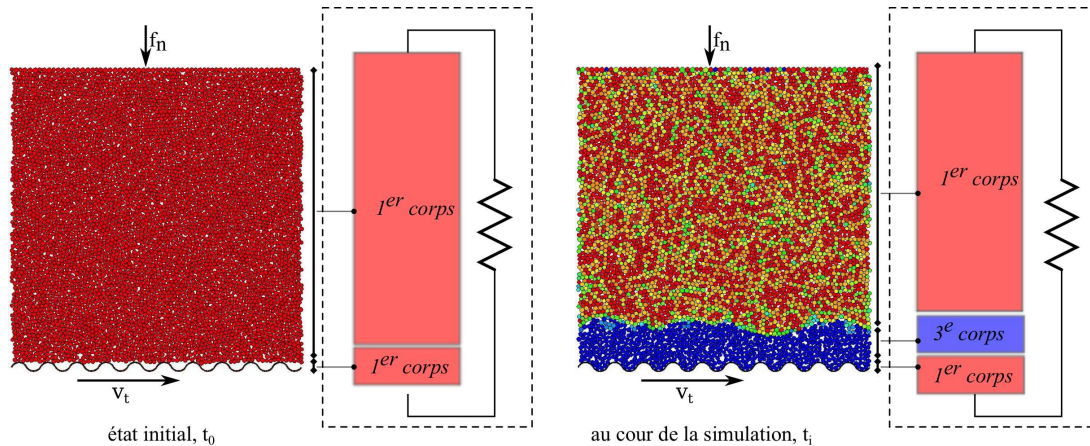
Figure 4.30 – Energie cinétique mesurée pour différentes rugosités utilisées.

fluence sur le profil de contrainte tangentielle et sur les profils de vitesse au travers de l'épaisseur du troisième corps. Une fois la rugosité suffisamment grande, nous pouvons retrouver le comportement linéaire dans l'accommodation de vitesse en remarquant que dans ce cas la cohésion n'est pas prise en compte.

#### 4.4.2.2 Caractérisation dynamique du premier corps

Afin d'étudier l'influence de la rugosité sur le comportement tribologique d'une interface, un modèle de deux premiers corps par éléments discrets est utilisé dont un est dégradable.

Ce modèle est présenté dans la figure 4.31, montrant deux premiers corps à l'état initial (couleur rouge) et ensuite le même système au cours de la simulation où apparaît un troisième corps (couleur bleu) issu de la dégradation du premier corps supérieur. Cette dégradation est, bien entendu, fonction du mécanisme (pression, vitesse de cisaillement), du matériau des premiers corps mais ici seul l'effet de la rugosité du premier corps inférieur est étudié.

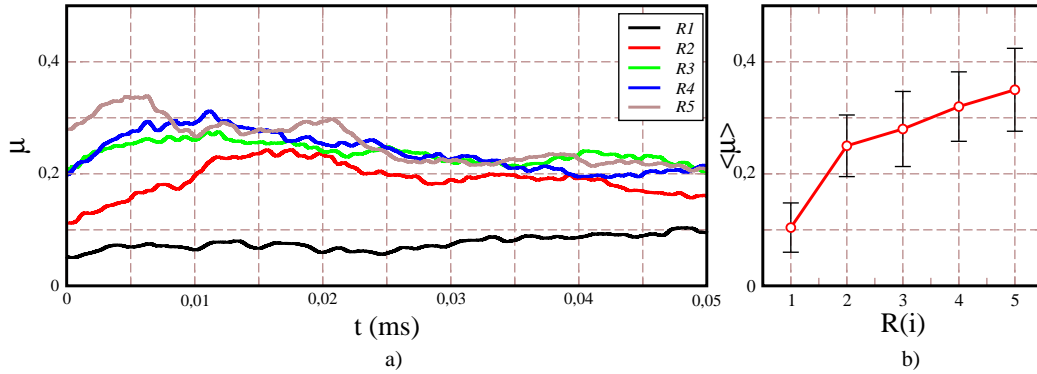


**Figure 4.31** – Triplet tribologique discret : le troisième corps généré est issu de la dégradation du premier corps supérieur.

Pour ce modèle, les conditions limites utilisées sont une pression et une vitesse constantes imposées sur les deux premiers corps. La loi de contact *IQS-CZM* est utilisée avec les paramètres déterminés dans la section 4.4.1. Notons que ni frottement local ni cohésion locale ne sont pris en compte dans ce modèle. Les conditions périodiques sont appliquées aussi bien aux particules des premiers corps qu'à celles du troisième corps.

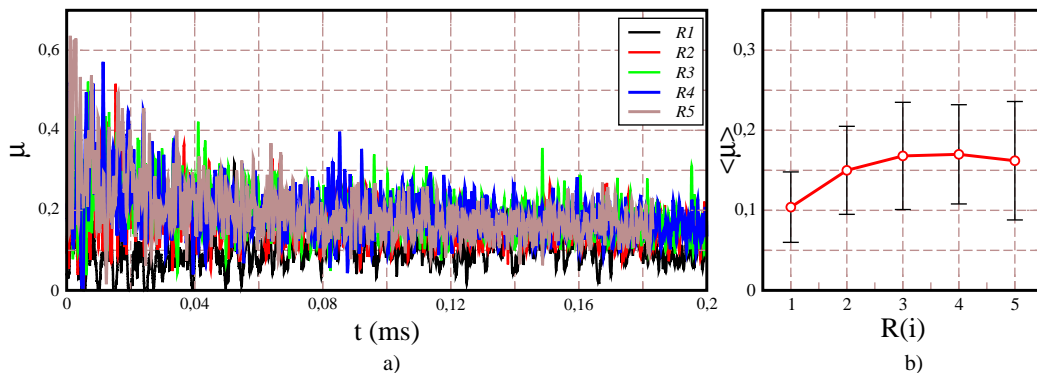
La figure 4.32 présente le frottement macroscopique mesuré à l'initiation des simulations, phase durant laquelle le troisième corps n'est pas encore créé (débit

source interne,  $Q^s = 0$ ). On observe alors une relation entre les valeurs moyennes du frottement et la taille des rugosités. Cette valeur est de 0.11 pour la rugosité faible et de 0.36 pour la plus grande. Il est donc possible de mettre en évidence l'influence de la rugosité sur l'initiation du frottement macroscopique.



**Figure 4.32** – a) *Frottement macroscopique en fonction du temps pour différentes rugosités avec la loi IQS-CZM et b) valeurs moyennes d'initiation du frottement dans cette phase ( $Q^s = 0$ ).*

En l'absence de débit source, on peut alors décrire le frottement à l'échelle globale en utilisant un VER discret à l'échelle locale. Cependant, pour obtenir un frottement plus grand ( $\mu > 0.4$ ), le modèle de contact IQS-CZM et la rugosité ne sont pas suffisants. De plus, une fois les valeurs maximales dépassées à l'initiation, on observe une décroissance du frottement macroscopique en fonction du temps (*c.f.* Figure 4.33 a), conduisant à la même valeur de frottement en présence de troisième corps, ceci quelque soit la rugosité utilisée. Donc, il est nécessaire de lui rattacher la rhéologie du troisième corps ( $Q^s \neq 0$ ).

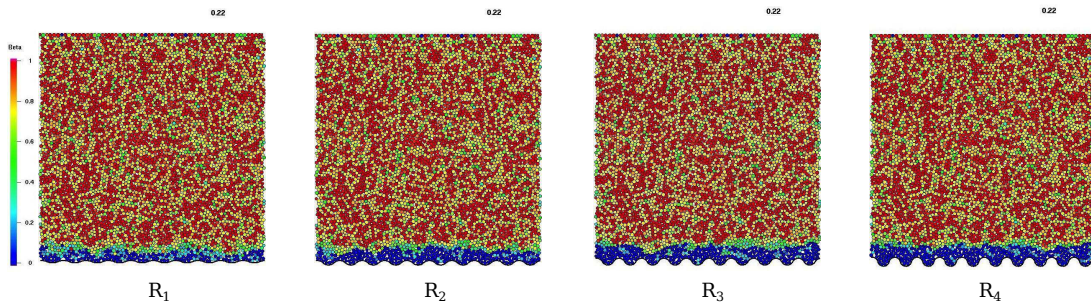


**Figure 4.33** – *Frottement macroscopique en fonction du temps pour différentes rugosités par la loi CZM et les valeurs moyennes à l'état final des simulation ( $Q^s \neq 0$ ).*

Pour comprendre la transition entre l'état initial et final, il faut s'attarder à

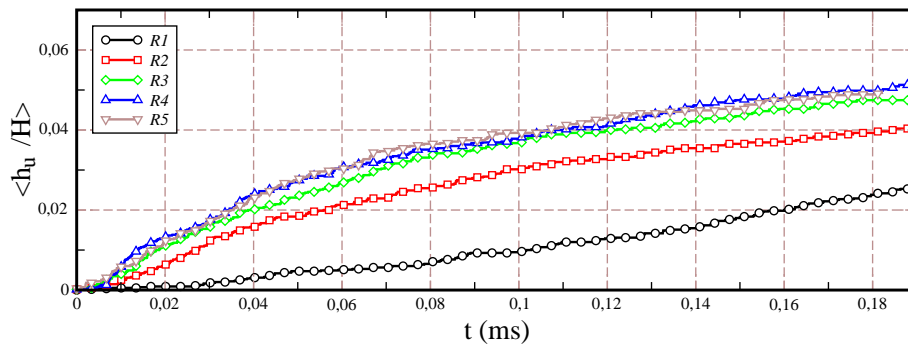
étudier l'évolution des débits de troisième corps.

Cet évolution est mesurée par la dégradation par l'endommagement du premier corps (débit source) jusqu'à la fin de simulation. La figure 4.34 présente l'endommagement  $\beta_i$  en fin de simulation pour les différentes rugosités. Lorsque  $\beta_i = 0$ , la particule est complètement dissociée de son voisinage et lorsque  $\beta_i \neq 0$ , il reste des liens "cohésifs" avec les particules voisines.



**Figure 4.34** – *Distribution de l'intensité d'endommagement pour différentes rugosités par la loi CZM.*

On observe dans chaque cas la formation d'une couche de troisième corps plus ou moins importante. On peut alors essayer de caractériser l'évolution de cette couche en traçant l'évolution de sa hauteur au cours du temps (*c.f.* Figure 4.35).



**Figure 4.35** – *Evolution de l'épaisseur du troisième corps en fonction du temps pour différentes rugosités.*

On remarque que la rugosité  $R1$  conduit à un comportement particulier. Elle présente une évolution non stabilisée. La couche de troisième corps ne semble pas être encore arrivée en régime stabilisé, contrairement aux autres rugosités qui conduisent à une légère stagnation.

En conclusion, la rugosité joue un rôle sur le frottement dans les premiers instants, mais passe au second plan en présence de troisième corps. Dans le cas où

nous serions en présence de débit d'usure, on peut alors très bien imaginer une compétition entre l'influence des rugosités et celle du troisième corps.

A ce stade, le frottement ne peut donc pas prendre des valeurs élevées une fois le troisième corps établi. Par conséquence, on doit regarder quels paramètres au niveau du troisième corps et des premiers corps peuvent intervenir sur cette valeur de frottement.

Au niveau des premiers corps, on peut alors jouer sur deux paramètres : l'énergie  $w$  et la raideur en compression  $k$ .

La première ne joue que sur la rupture au coeur du premier corps. Suivant la valeur de  $w$ , il y a peu d'influence sur le frottement mesuré (*c.f.* Figure 4.36). Seule la quantité de particule de troisième corps produite est affectée (*c.f.* Figure 4.37).

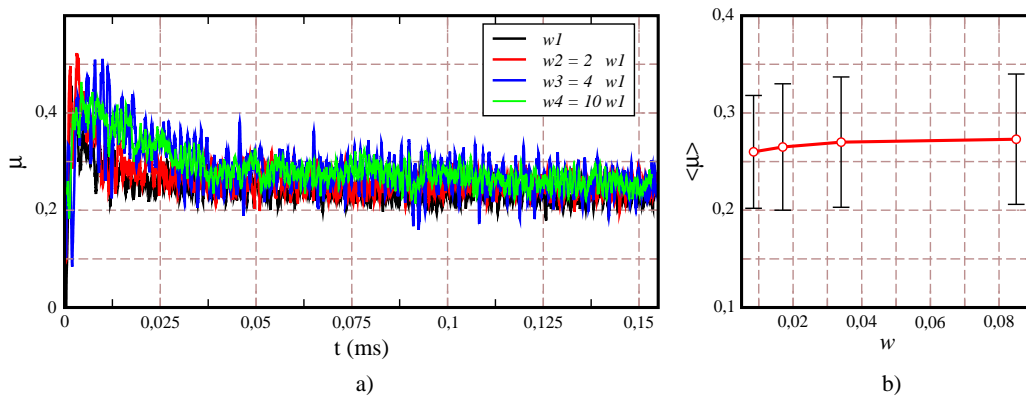


Figure 4.36 – Frottement macroscopique pour différentes énergie  $w$ .

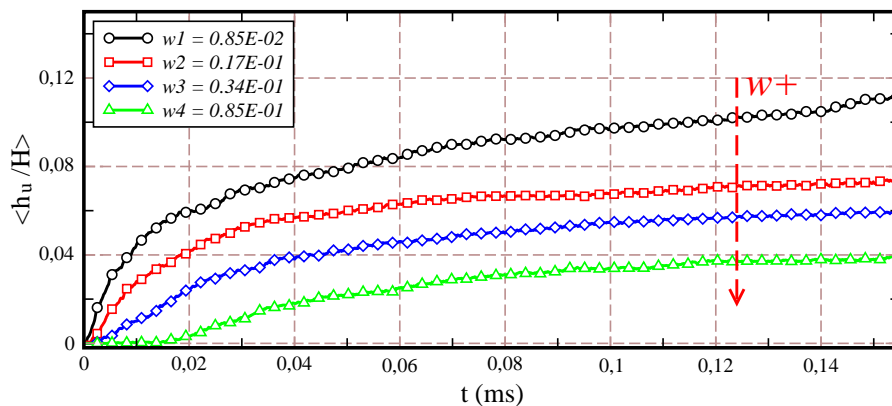


Figure 4.37 – Evolution de l'épaisseur du troisième corps en fonction du temps pour différentes énergie  $w$ .

La seconde peut être analysée en utilisant la loi *ELAS-CZM* via la raideur en



compression,  $k$ . Ce paramètre a peu d'influence lui aussi sur le frottement (*c.f. Figure 4.38*) mais plus sur la formation du troisième corps (débit source). La souplesse associée à cette raideur permet d'obtenir une couche plus stable. L'évolution de  $\langle h_u/H \rangle$  est quasi nulle à partir de la moitié de la simulation, nous permettant d'être en régime établi plus rapidement (*c.f. Figure 4.39*).

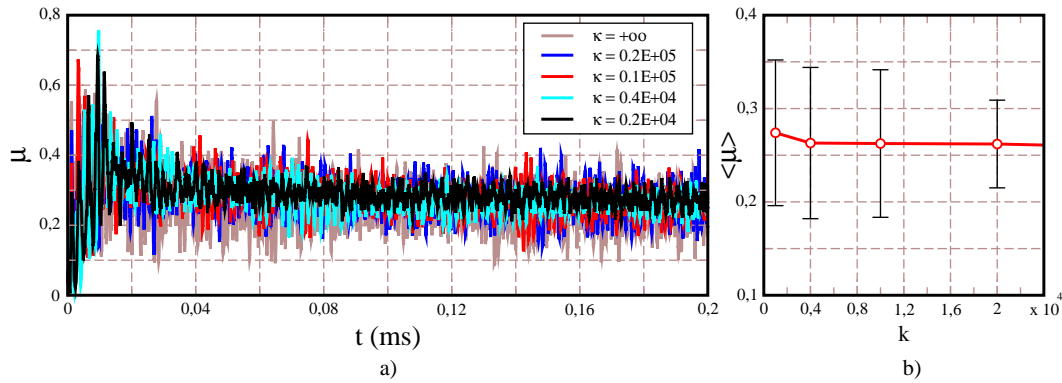


Figure 4.38 – Frottement macroscopique pour différentes raideurs en compression.

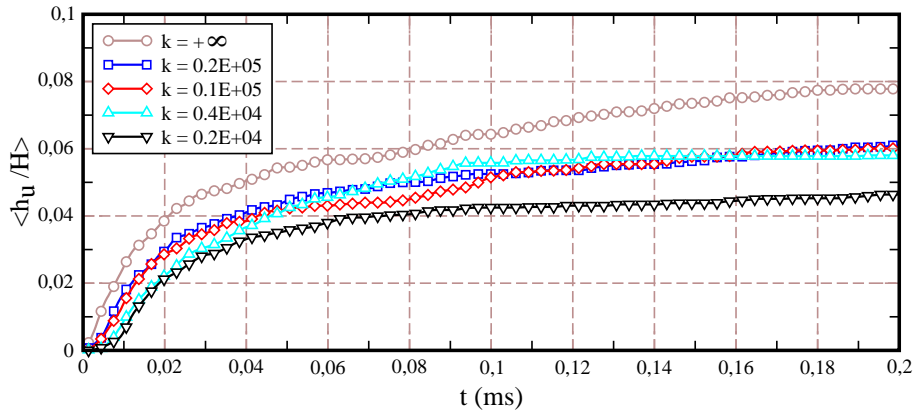


Figure 4.39 – Evolution de l'épaisseur du troisième corps en fonction du temps pour différentes raideurs de compression  $k$ .

Les paramètres caractérisant le premier corps ne permettent donc pas d'élever la valeur du frottement moyen, il faut alors regarder du côté des propriétés du troisième corps pour changer cette valeur. Pour cela, on introduit une composante cohésive au sein du troisième corps (loi *WET-CZM*), en gardant les différents paramètres utilisés jusqu'à présent.

L'impact sur le frottement via ce nouveau paramètre est immédiat (*c.f. Figure 4.40*). Ceci est conforme aux résultats de la littérature [CAO 11a, RAD 96], mais ce que l'on note ici, est que la prise en compte de la cohésion au sein du troisième corps est le seul moyen d'avoir un frottement élevé. Donc, l'introduction de

cette cohésion, caractérisant la physico-chimie du troisième corps, est primordiale dans notre étude.

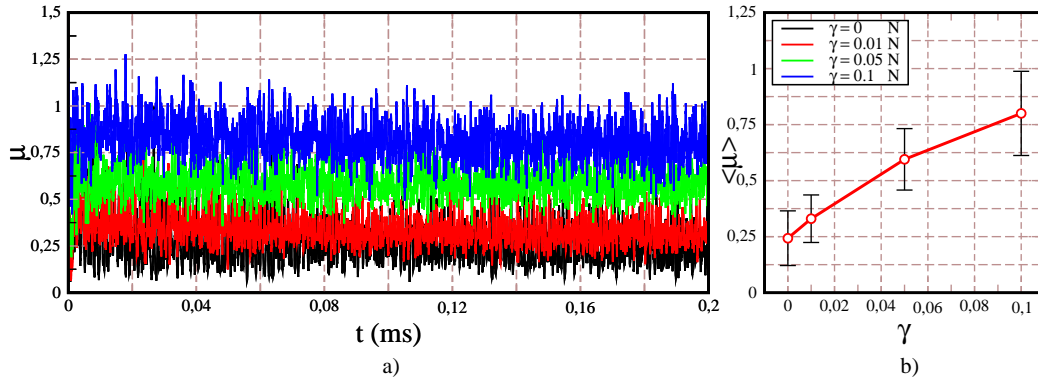


Figure 4.40 – Frottement macroscopique pour différentes cohésions  $\gamma$ .

Ce paramètre montre également une forte influence sur la formation du troisième corps. L'épaisseur du troisième corps mesurée est proportionnelle avec la force de cohésion  $\gamma$  au sein du troisième corps (*c.f.* Figure 4.41). Plus  $\gamma$  est grand, plus on crée du troisième corps et donc on a une augmentation de son épaisseur.

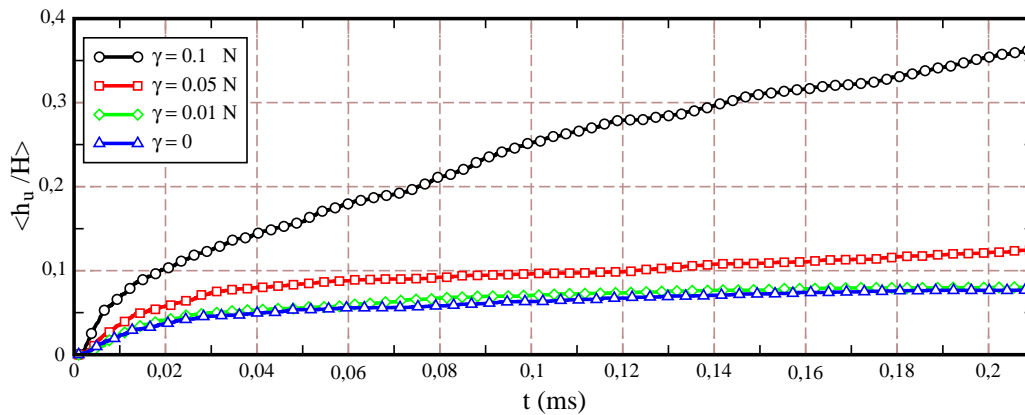


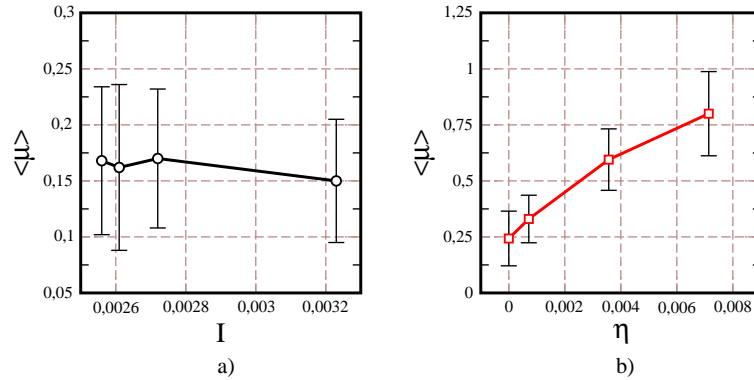
Figure 4.41 – Evolution de l'épaisseur du troisième corps en fonction du temps pour différentes cohésions  $\gamma$ .

L'évolution de l'épaisseur du troisième corps est donc fonction des paramètres caractérisant le premier corps ( $\omega$ ,  $C_n$ ,  $k$ ), ainsi que ceux caractérisant le troisième corps ( $\gamma$ ). Quelque soit ces paramètres, l'épaisseur du troisième corps tend vers une couche limite séparant les premiers corps en contact. Ainsi, dans ce régime stabilisé, nous pouvons calculer en fonction des paramètres caractéristiques ( $I$ ,  $\eta$ ), les tenseurs de contrainte moyens et les différents profils de ces couches granulaires.

La figure 4.42 présente l'évolution du frottement moyen en fonction des paramètres caractéristiques ( $I$ ,  $\eta$ ). Ces paramètres sont calculés à partir des données des



simulations en régime stabilisé. Ainsi, la hauteur  $H$  est différentes suivant la valeur de  $\gamma$ .



**Figure 4.42** – Relation entre le coefficient de frottement global moyen  $\langle \mu \rangle$  et le nombre inertiel a) et l'intensité de cohésion  $\gamma$  b).

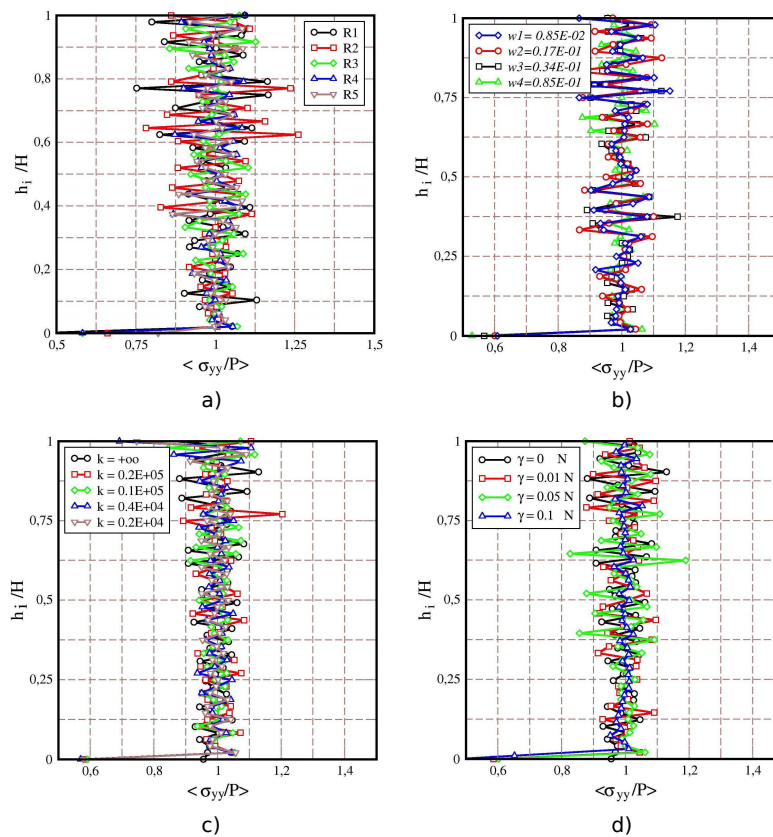
La figure 4.42 a) présente l'évolution de  $\langle \mu \rangle$  en fonction de  $I$ , calculée à partir de la loi IQS-CZM pour différentes rugosités et une cohésion nulle. On remarque que le nombre inertiel est faible, caractéristique des écoulements denses, ce qui est conforme aux résultats de la littérature [ROU 05, CHE 08, RAD 10, CAO 11a].

Lorsqu'il y a une cohésion locale ( $\gamma \neq 0$ ) au coeur du troisième corps, on observe sur la figure 4.42 b) que le coefficient de frottement macroscopique moyen augmente avec l'augmentation de l'intensité de cohésion  $\eta$ . Ces remarques sont identiques avec les résultats de la littérature [ROU 05, CHE 08, RAD 10, CAO 11a], soulignant le fait que plus le troisième corps va être cohésif plus, il va avoir tendance à s'opposer au mouvement.

Dans les mesures les profils des contraintes, malgré les variations de rugosités  $R_i$ , de valeurs d'énergie  $w$  de loi IQS-CZM, de raideurs de compression  $k$  (ELAS-CZM) et de force de cohésion  $\gamma$  (WET-CZM), on a obtenu les bonnes distributions de contrainte  $\sigma_{yy}$  au travers de l'épaisseur du milieu où y compris le premier corps et le troisième corps. Ceci nous permet d'avoir un bon accord avec les études de la littérature [CAO 11a].

### 4.4.3 Conclusion

Dans cette section, nous nous sommes focalisés à l'échelle locale en utilisant une représentation discrète pour représenter un milieu continu équivalent. A cette échelle, le frottement macroscopique est reproduit par une caractérisation dynamique du premier corps ( $Q^s = 0$ ) et observé ensuite en prenant en compte le troisième corps



**Figure 4.43** – Profils des contraintes  $\langle \sigma_{yy} / P \rangle$  au travers de l'épaisseur du milieu pour différentes rugosités a), valeurs d'énergie  $w$  (IQS-CZM) b), raideur de compression  $k$  (ELAS-CZM) c) et force de cohésion  $\gamma$  (WET-CZM) d) avec la loi de CZM et ses extensions.

( $Q^s \neq 0$ ). Pour cela, la loi de contact *IQS-CZM* est utilisée pour modéliser l'évolution du troisième corps par l'endommagement. Mais elle nous conduit à de faibles valeurs du frottement macroscopique malgré la présence des rugosités à l'interface. Les effets physico-chimie/réactivité des particules du troisième corps sont ensuite pris en compte via la cohésion pour augmenter le frottement. La raideur de compression  $k$  est également intégrée dans l'extension *ELAS-CZM* pour modéliser la déformation en compression du milieu.

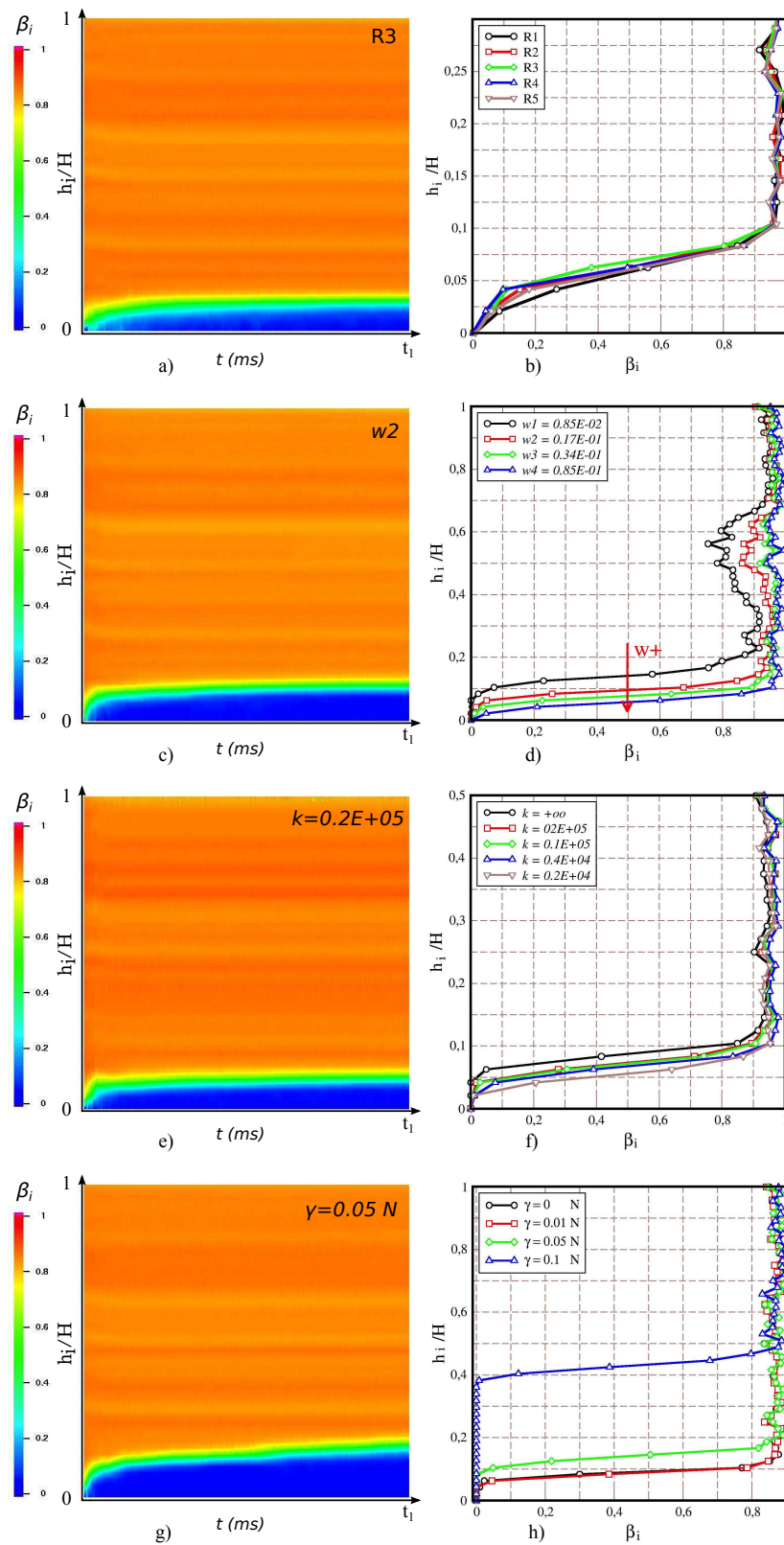
Pour faire office de synthèse, on mesure l'évolution de l'intensité d'endommagement,  $\beta_i$ , au travers de l'épaisseur du VER au cours du temps (*c.f. Figure 4.44 a), c), e), g)*) et on trace le profil de  $\beta_i$  en fin de simulation en faisant varier la rugosité (*c.f. Figure 4.44 b)*), l'énergie de surface  $\omega$  (*c.f. Figure 4.44 d)*), la raideur de compression (*c.f. Figure 4.44 f)*) et la cohésion de troisième corps (*c.f. Figure 4.44 h)*).

On observe dans chaque simulation la formation d'une couche de troisième corps stabilisée et un volume plus ou moins important de premier corps préservé. On constate également l'apparition d'une zone intermédiaire dans laquelle la valeur de  $\beta_i$  est comprise entre 0 et 1 (écran de surface ou TTS numérique?).

On constate aussi que :

- en l'absence de cohésion, la rugosité n'influence pas la couche de troisième corps créé (*c.f. Figure 4.44 b)*) car le troisième corps bouche rapidement les rugosités.
- l'augmentation de l'énergie de surface de la loi de contact  $\omega$  réduit l'épaisseur de troisième corps créé, en notant que pour une énergie relativement faible, il est possible d'avoir une fragilisation du milieu loin du contact (*c.f.  $w_1$  pour la figure 4.44 d)*).
- en absence de cohésion, la raideur en compression au contact influence peu la couche de troisième corps formé et a tendance à lisser les couches d'évolution.
- en présence de cohésion, la hauteur de troisième corps formé évolue, pouvant représenter la moitié de la hauteur de la cellule, posant alors la question de la représentativité du volume choisi.

On est ainsi capable de créer localement un VER ayant les mêmes propriétés qu'un milieu continu au travers des paramètres  $C_n, w$  et  $k$  (caractérisation volumique) mais également d'obtenir le coefficient de frottement moyen souhaité au travers du paramètre de cohésion  $\gamma$  et la rugosité (caractérisation surfacique). Dans les prochaines sections, nous allons alors pouvoir mettre en place un dialogue entre les échelles microscopique et macroscopique afin de corréler ce modèle local aux



**Figure 4.44** – Distribution de  $\beta_i$  au travers de l'épaisseur du milieu pour différentes rugosités a), b), valeurs d'énergie  $w$  (IQS-CZM) c), d), raideur de compression  $k$  (ELAS-CZM) e), f) et force de cohésion  $\gamma$  (WET-CZM) g), h).

différents régimes d'instabilité.

## 4.5 De l'échelle globale vers l'échelle locale

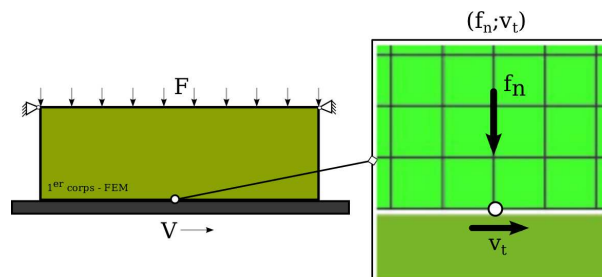
Dans les sections précédentes, nous avons présenté l'importance du frottement local introduit dans les simulations à l'échelle globale sur le comportement de vibration des premiers corps. Nous avons ensuite reproduit cette valeur à l'échelle locale afin de construire un frottement qui puisse prendre en compte la rhéologie du troisième corps.

Dans cette section, nous utilisons le modèle par éléments discrets précédent (section 4.4) mais en utilisant des conditions limites issues la dynamique locale de l'échelle globale rattachée au modèle par éléments finis (section 4.3). La loi de contact avec endommagement et cohésion est également utilisée.

### 4.5.1 Conditions limites

Pour connecter l'information de l'échelle globale vers l'échelle locale, nous allons récupérer les valeurs de la dynamique locale (couple force normale et vitesse tangentielle relative  $(f_n, v_t)$  pour les utiliser comme conditions limites à l'échelle locale.

Ce couple est mesuré sur un élément (une maille) au niveau du contact. Pour cela, on récupère la vitesse  $v_t$  pour un point au contact ( $N1$ ) et la force  $f_n$  pour le point rattaché au point précédent mais qui est lui dans le volume ( $N2$ ) (c.f. *Figure 4.45*).



**Figure 4.45** – Couple  $(f_n, v_t)$  décrivant la dynamique locale issue de l'échelle globale.

Ainsi, contrairement à la section précédente, force et vitesse ne sont pas constante, mais oscillent autour d'une valeur moyenne. Ces oscillation caractérisent la dynamique du premier corps supérieur (c.f. *Figure 4.46*).



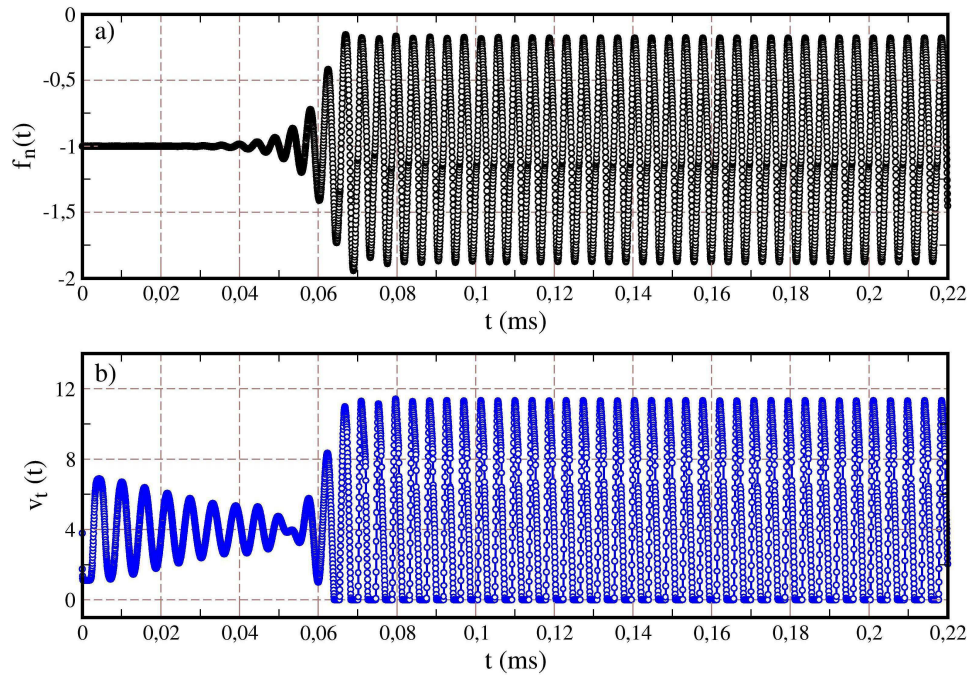


Figure 4.46 – Exemple d'évolution de  $f_n$  a) et  $v_t$  b) de l'échelle globale.

Le couple  $(f_n, v_t)$  va être fonction du frottement local utilisé dans le modèle éléments finis. Dans l'analyse de la section 4.4, le seuil de frottement nous a permis de retrouver différents régimes d'instabilité de contact et donc différents couples  $(f_n, v_t)$  (c.f. Figure 4.47).

Pour le régime de *glissement pur*, on observe une distribution homogène des forces normales au contact. Il en résulte donc des valeurs constantes aussi bien pour la force normale que pour la vitesse tangentielle (courbe noire figure 4.47).

Pour les autres régimes, en présence d'instabilités, la force normale fluctue autour de la valeur moyenne, égale à la valeur obtenue en *glissement pur*. La valeur de la force normale peut alors presque doubler mais aussi être divisée par 4 (passage de 1  $N$  à 0.25  $N$ ). En ce qui concerne les valeurs de la vitesse tangentielle, celles-ci peuvent être nulles, ce qui correspond au statut adhérent, mais peuvent être également deux fois plus importantes que la valeur de la vitesse imposée, ce qui correspond au statut décollé.

Si l'on trace l'évolution de  $f_n$  en fonction de  $v_t$  (c.f. Figure 4.48) pour les différents régimes d'instabilité, on s'aperçoit que le régime de *glissement pur* nous donne une valeur de  $f_n$  et de  $v_t$  ce qui correspond à l'étude menée dans la section 4.4. Pour les régimes de *glissement-adhérence* et *glissement-adhérence-décollement*, on peut avoir plusieurs valeurs de  $f_n$  pour une valeur de  $v_t$  et réciproquement.

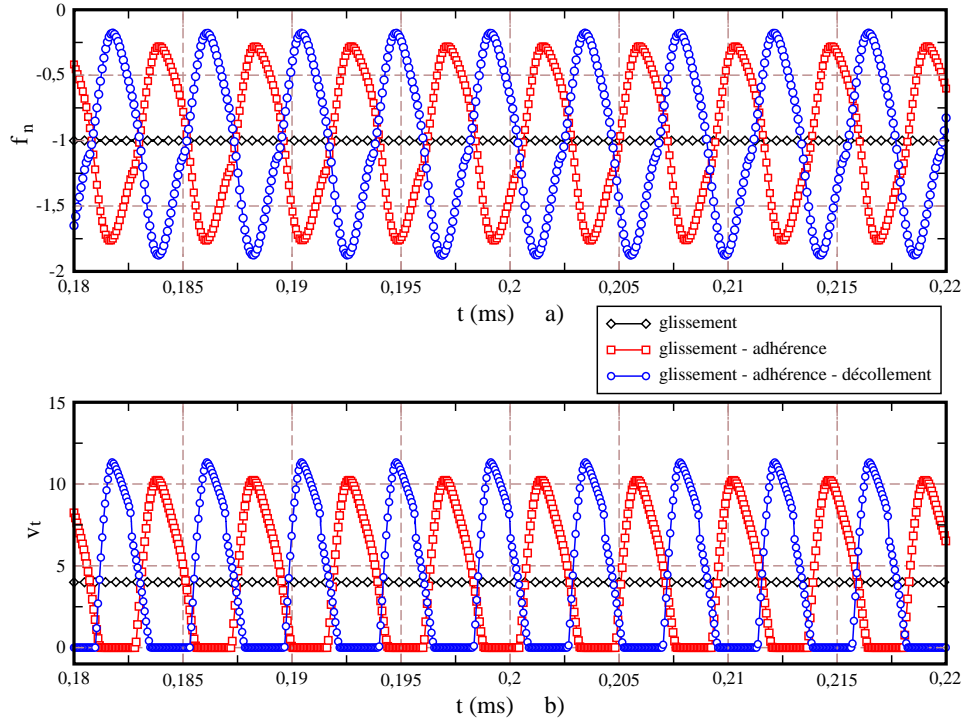


Figure 4.47 – Evolution de  $f_n$  a) et  $v_t$  b) pour différents régimes de contact.

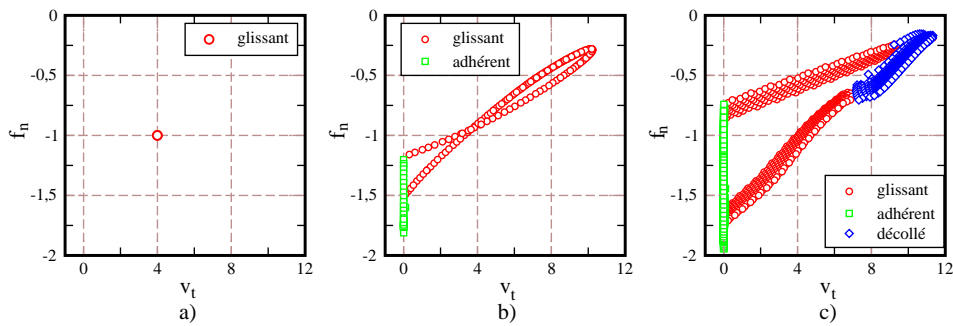
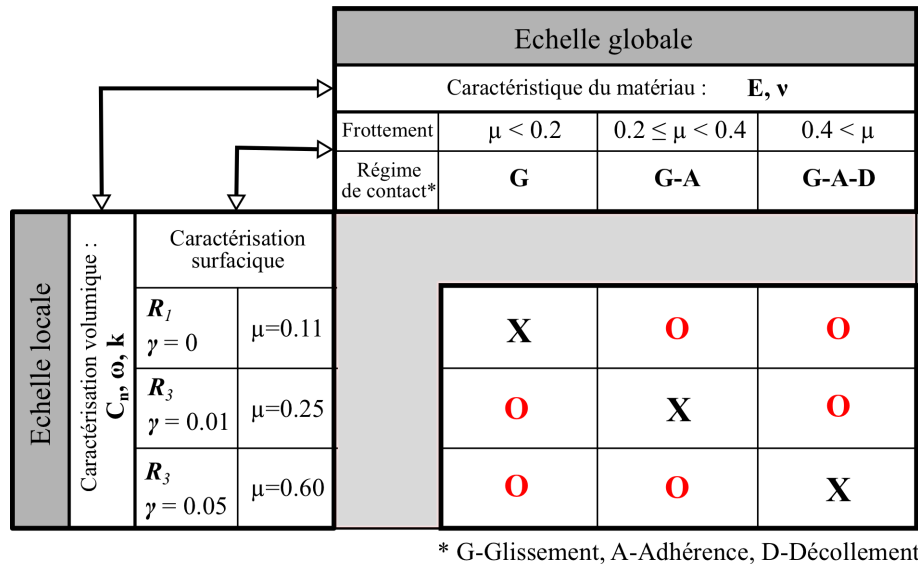


Figure 4.48 – Plan de statut en fonction de  $(f_n, v_t)$  pour différents régimes.

Ainsi, il est intéressant de voir quelle va être l'influence de cette combinaison sur le frottement local mesuré ainsi que sur les débits de troisième corps.

Avant de rentrer dans les détails des résultats obtenus, faisons un premier parallèle entre l'échelle globale et l'échelle locale (c.f. Figure 4.49).



**Figure 4.49** – Parallèle entre l'échelle globale et l'échelle locale.

A l'échelle globale, pour un matériau et un couple de sollicitation donnés, nous pouvons obtenir différents régimes d'instabilité en fonction de la valeur du frottement local utilisé (dans notre cas un régime de *glissement* pour  $\mu < 0.2$ , de *glissement-adhérence* pour  $0.2 \leq \mu < 0.4$  et de *glissement-adhérence-décollement* pour  $\mu \geq 0.4$ ).

A l'échelle locale, pour un VER donné, on est capable grâce à une caractérisation volumique de trouver un comportement équivalent au continuum utilisé à l'échelle globale et grâce à une caractérisation surfacique, on est capable d'obtenir la valeur de frottement souhaitée.

Ainsi, si on veut introduire le couple  $(f_n, v_t)$  issu de l'échelle globale à l'échelle locale, il faut qu'il ait une correspondance entre le frottement local utilisé à l'échelle globale et le frottement moyen obtenu à l'échelle locale. Ceci sous-entendu qu'il n'est pas logique d'appliquer un couple  $(f_n, v_t)$  mesuré en régime *glissement-adhérence* sur un VER pour lequel le frottement moyen est  $< 0.2$ . Toutefois, pour avoir l'effet de ces sollicitations, nous comparerons les couplages licites (entre les deux échelles) aux couplages illicites.

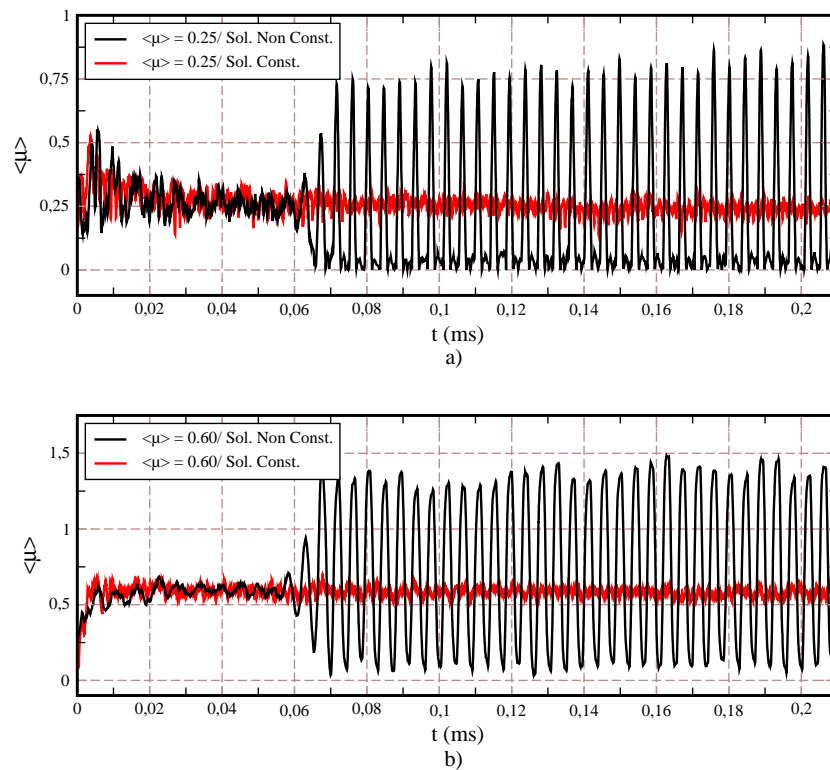


## 4.5.2 Frottement moyen macroscopique

Deux VER sont utilisés ici. La caractérisation surfacique du premier nous donne un frottement moyen de 0.25 (pour une cohésion nulle et une rugosité  $R3$ ). Pour cet échantillon, il est licite d'appliquer un couple  $(f_n, v_t)$  issu d'un régime *glissement-adhérence*, et illicite d'appliquer les autres régimes.

La caractérisation surfacique du deuxième VER nous donne un frottement moyen de 0.6 (pour une cohésion de  $0.05N$  et une rugosité  $R3$ ). Pour cet échantillon, il est licite d'appliquer un couple  $(f_n, v_t)$  issu d'un régime *glissement-adhérence-décollement*.

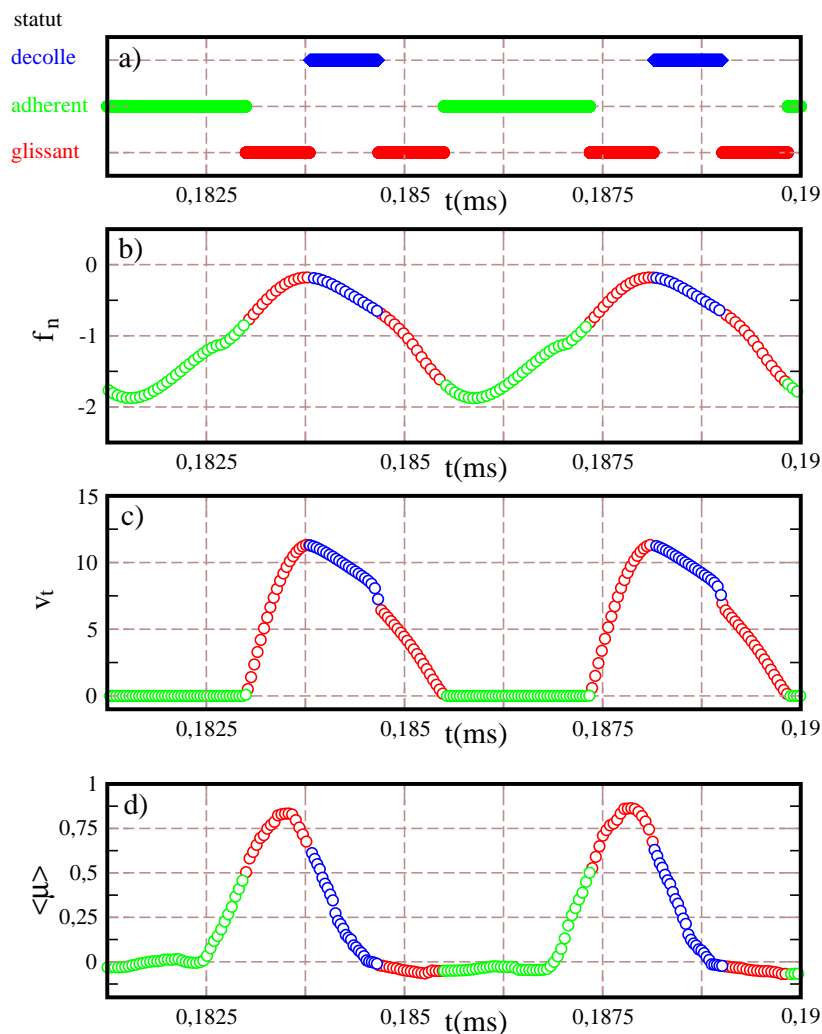
L'évolution de frottement macroscopique en fonction des différents régimes est présentée sur la figure 4.50 a) pour le cas sans cohésion ( $\langle \mu \rangle = 0.25$ ) et sur la figure 4.50 b) pour le cas avec cohésion ( $\langle \mu \rangle = 0.6$ ). On observe sur ces figures que les sollicitations constantes conduisent à une évolution quasi-constante de  $\langle \mu \rangle$  (section 4.4).



**Figure 4.50** – Evolution du frottement macroscopique  $\langle \mu \rangle$  pour la loi de contact IQS-CZM a) et pour la loi de contact WET-CZM b) avec la variation de sollicitations  $(f_n, v_t)$ .

Avec l'application des sollicitations non-constantes type *glissement - adhérence*

- *décollement*, on observe deux périodes. La première correspond à une évolution constante de  $\langle \mu \rangle$  avec une valeur moyenne égale au cas de *glissement pur*. Cette période correspond à la période transitoire observée à l'échelle globale. Il est intéressant de noter que pour la période transitoire seule l'application de la valeur moyenne est importante. En effet, la valeur de frottement est identique en régime de *glissement pur* et en régime *glissement-adhérence-décollement*. Ensuite, on obtient une deuxième période où l'on observe de grandes variations de  $\langle \mu \rangle$  avec des valeurs pouvant être proches de 0. Pour analyser ce comportement, on fait un zoom sur la valeur de  $\langle \mu \rangle$  et un parallèle avec le statut correspondant (à l'échelle macroscopique), le couple appliqué et la position du point à l'échelle globale (*c.f.* Figure 4.51).



**Figure 4.51** – Parallèle entre le statut du point de contact à l'échelle macroscopique, le couple  $(f_n, v_t)$  appliqué à l'échelle globale et la valeur  $\langle \mu \rangle$  mesurée à l'échelle locale.

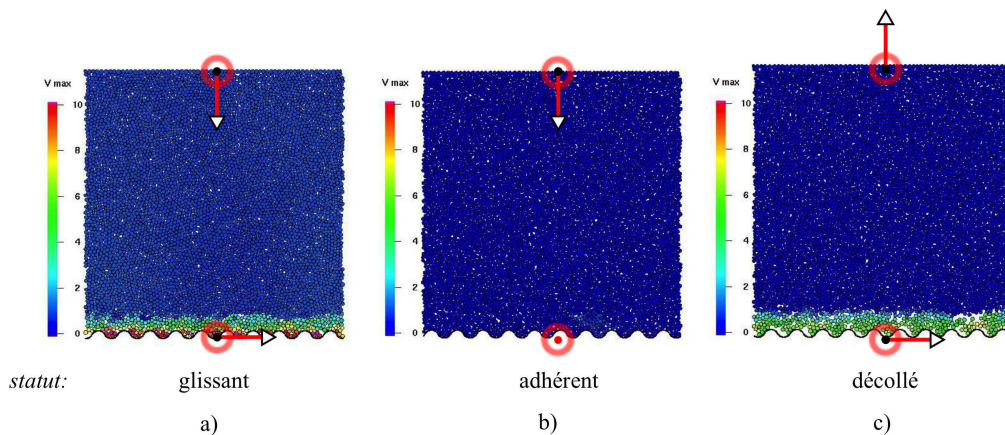
A l'échelle globale, on a une succession de statut *glissement-adhérence-glissement-décollement*. Lorsqu'on passe en statut adhérent à l'échelle globale,  $v_t$  devient nulle et la valeur de  $f_n$  passe par un maximum puis diminue jusqu'à une valeur inférieure à la valeur moyenne de  $f_n$ , mais la valeur moyenne de  $f_n$  sur cet intervalle est supérieure à la valeur moyenne globale. Il en résulte à l'échelle locale une faible valeur de  $\langle \mu \rangle$  puis une augmentation de celle-ci lorsque la valeur de  $f_n$  est plus petite que la valeur moyenne.

Durant la première phase de glissement,  $v_t$  augmente et  $f_n$  diminue jusqu'à sa valeur minimale. En parallèle,  $\langle \mu \rangle$  augmente jusqu'à sa valeur maximale.

Durant la phase de décollage,  $v_t$  diminue,  $f_n$  augmente et  $\langle \mu \rangle$  décroît très rapidement.

Enfin, dans la deuxième phase de glissement,  $v_t$  décroît,  $f_n$  augmente et  $\langle \mu \rangle$  augmente très faiblement.

La figure 4.52 présente une visualisation du VER pour les différents statuts.



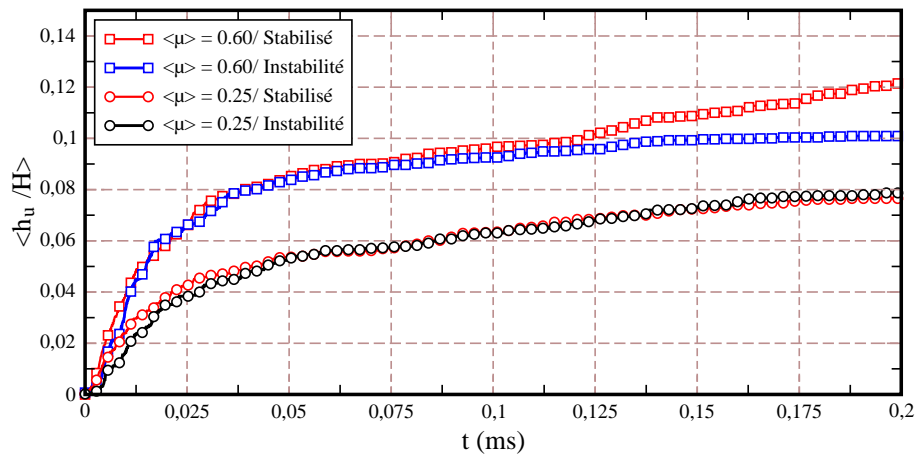
**Figure 4.52** – Visualisation du VER pour le statut glissant a), adhérent b), décollé c).

En statut glissant, on est en présence d'un troisième corps compact qui accommode le différentiel de vitesse entre les deux premiers corps. En statut adhérent, la vitesse relative est nulle et le troisième corps reste dense et statique. En fin, en statut décollé, le troisième corps accommode de nouveau le différentiel de vitesse mais il est moins sollicité qu'en statut glissant car la force normale appliquée ne travaille pas en compression. De plus, le troisième corps n'est plus dense et présente une compacité beaucoup plus faible que dans le cas du glissement.

Ceci souligne l'importance des sollicitations globales sur la rhéologie du troisième corps. Les effets dynamiques introduits perturbent le caractère homogène de l'échelle

locale conduisant à des contact entre premiers corps séparés, non pas par une couche homogène mais plutôt par des îlots porteurs de troisième corps.

Pour finir, on trace l'évolution de l'épaisseur du troisième corps pour les deux VER ( $\langle \mu \rangle = 0.25$  et  $\langle \mu \rangle = 0.60$ ) en fonction des différents types de sollicitations (*c.f.* Figure 4.53).



**Figure 4.53** – Mesure de l'épaisseur d'usure en fonction des sollicitations ( $f_n, v_t$ ), constantes ou non-constantes.

La variation des sollicitations n'influence pas la relation directe entre l'évolution de l'épaisseur du troisième corps et la cohésion interne de celui-ci. Pour  $\gamma = 0 N$  (cas sec), les courbes d'évolution sont superposées. Pour  $\gamma = 0.05 N$ , les courbes sont superposées sur la première moitié de la simulation, puis on observe un écart qui grandit sur la deuxième partie. Cet écart apparait à l'instant où apparaissent les instabilités au niveau de l'évolution du coefficient de frottement. Lors de sollicitations non constantes, l'épaisseur du troisième corps est moins importante. Ceci peut-être expliqué par l'alternance des cycles de repos, de décollement ou d'adhérence qui ne sont pas présents pour des sollicitations constantes. Cette alternance minimise l'impact de la cohésion entre les particules de troisième corps.

Ceci souligne donc l'importance du type de sollicitation sur la création de troisième corps au coeur du contact, montrant bien qu'en plus de données locales (rugosité, cohésion, etc.), l'introduction de grandeur macroscopique peut aussi contribuer à observer des diminutions ou des augmentations de volume de troisième corps créé.

### 4.5.3 Conclusion

Dans cette section, les effets de sollicitations prenant en compte la dynamique du premier corps à l'échelle globale ont été étudiés. Un regard particulier a été porté sur l'évolution du frottement moyen à l'échelle locale, la structure et les débits sources de troisième corps.

On peut noter que ce type de sollicitation est peu influente tant que le régime d'instabilité n'est pas établi ( $\langle \mu \rangle$  identique quelque soit le régime appliqué) mais qu'il est très influent en régime établi. Si le régime de glissement pur ne présente pas de fluctuation, il n'est applicable que pour de faible valeur de  $\mu$ . Les autres régimes permettent d'alterner différentes phases conduisant à l'apparition de troisième corps non-homogène (présence d'îlots porteurs). De plus, dans ces régimes, le frottement moyen diminue comme observé à l'échelle globale.



# Chapitre 5

## Conclusions générales et perspectives

### Sommaire

---

5.1	Conclusions générales . . . . .	111
5.2	Perspectives . . . . .	113

---

## 5.1 Conclusions générales

Aujourd'hui, plus que jamais, ce fait ressentir la nécessité de comprendre les multiples facettes des problèmes liés à l'ingénierie. Ceci afin de pouvoir mieux contrôler et prédire différents types d'application (contrôle du coût énergétique, minimisation de l'usure et du frottement, etc.). Ceci demande alors de mettre en place des modèles les plus "réalistes" possibles, impliquant ainsi la prise en compte de différentes échelles au coeur d'une même simulation.

Ce besoin est d'autant plus vrai qu'en tribologie, les problèmes sont orientés en se plaçant le plus souvent à une seule échelle, occultant ce qui passe aux échelles supérieure et/ou inférieure, nous éloignant ainsi fortement de la notion de triplet tribologique, concept qui intègre tous les composants d'un problème tribologique. Si des premières tentatives existent pour coupler ces problèmes, elles restent encore très quantitatives.

Nous avons vu au travers des différents travaux de cette thèse des propositions nous permettant de faire quelques pas supplémentaires dans la modélisation multi-échelles d'un problème tribologique.

La figure 5.1 propose une visualisation synthétique des approches numériques utilisées en tribologie. A une échelle macroscopique, où les conditions locales restent un paramètre d'entrée constant ce sont les approche EF qui sont utilisées. A une échelle microscopique, où la dynamique locale reste une condition limite constante ce sont les approches ED qui sont utilisées. Il est possible de combiner les deux approches ainsi en faisant évoluer le niveau de prise en compte du troisième corps et en étudiant la dynamique du système ou en étudiant l'impact de la déformation des premiers corps sur la rhéologie de l'interface.

Enfin, il est également possible de faire dialoguer chaque échelle en se servant du principe "dialogues numériques entre échelles tribologiques" établi dans cette thèse.

Ainsi en nous appuyons sur la méthode "Non Smooth Contact Dynamics", nous avons présenté deux stratégies combinant deux approches numériques : l'approche continue pour décrire le comportement des premiers corps en contact et l'approche discrète pour décrire le comportement du troisième corps mais aussi pour proposer une alternative aux méthodes continues afin d'avoir une modélisation plus cohérente de l'endommagement.

Dans le chapitre 3, nous avons présenté la notion de "dialogue fort" traduisant un couplage éléments finis/éléments discrets au sein d'un même simulation, nous



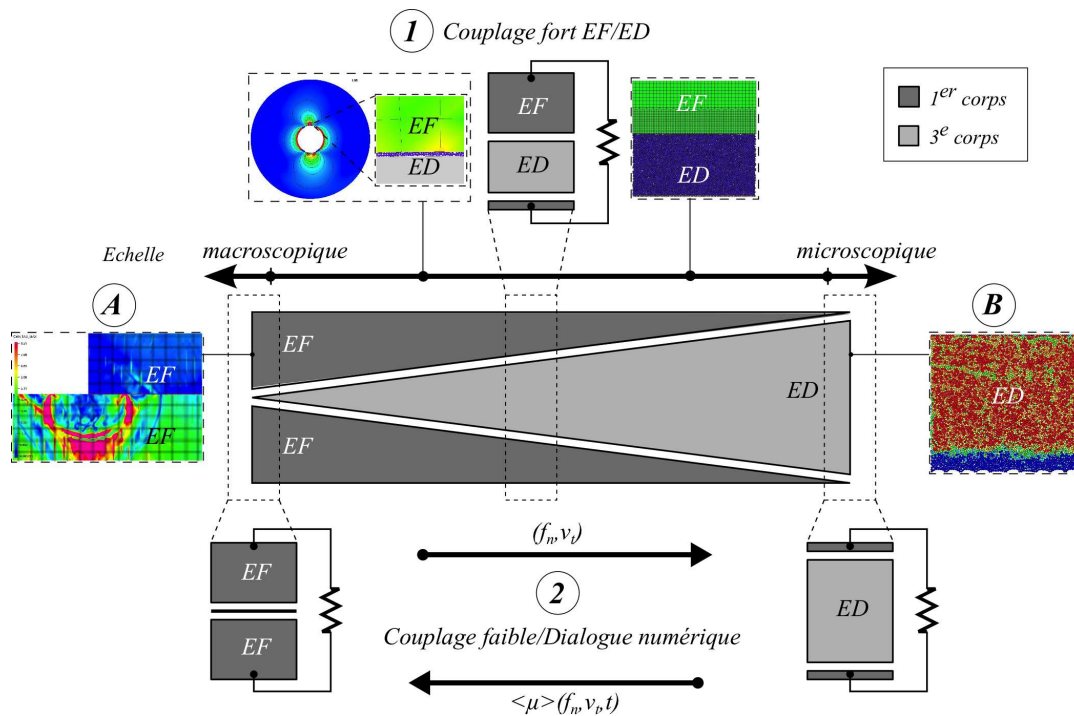


Figure 5.1 – Tribologie numérique dans le cadre multi-échelle.

permettant d’appréhender un milieu discontinu et hétérogène au cœur du contact. Même si ce milieu est déjà présent au cœur du contact (la création de particules n’est pas pris en compte) et ne va pas évoluer, il permet de mettre en évidence l’utilisation d’outil de mesure permettant de lier le mouvement des particules aux instabilités dynamiques. Nous avons souligné l’importance de faire dialoguer approches numériques et expérimentale afin de pouvoir reproduire les phénomènes physiques d’un point de vue numérique.

Nous avons pu ainsi reproduire les instabilités du dispositif expérimental modèle en calibrant correctement l’amortissement matériaux (caractéristique volumique). Grâce à cela, l’introduction le troisième corps au cœur du contact nous a permis d’obtenir grâce au modèle éléments finis/éléments discrets des résultats qualitatifs. En effet, les taux de contraintes de cisaillement maximales sont identiques à ceux mesurées expérimentalement par photo-élasticimétrie.

Le chapitre 4 est dédié à la mise en place d’un dialogue numérique entre échelles tribologiques (échelle des premiers corps et échelle du troisième corps), dit “dialogue faible”. Le but de ce dialogue n’est pas de combiner les approches discrète et continue au sein d’une même simulation mais plutôt de proposer une approche s’apparentant à une méthode d’homogénéisation au contact en faisant remonter, dans un sens,

des grandeurs moyennées à l'échelle microscopique à l'échelle des premiers corps, échelle macroscopique et dans l'autre sens, se servir des données locales à l'échelle macroscopique comme conditions limites à l'échelle microscopique.

On est ainsi capable de créer localement un VER ayant les mêmes propriétés qu'un milieu continu au travers des paramètres  $C_n, w$  et  $k$  (caractérisation volumique) mais également d'obtenir le coefficient de frottement moyen souhaité au travers du paramètre de cohésion  $\gamma$  et de la rugosité (caractérisation surfacique).

Dans la suite, un premier dialogue de l'échelle globale à l'échelle locale est étudié en utilisant les effets de sollicitations prenant en compte la dynamique de l'un des premiers corps à l'échelle globale. Un regard particulier a été porté sur l'évolution du frottement moyen à l'échelle locale, la déformation du premier corps et les débits sources de troisième corps. On peut noter que ce type de sollicitation est peu influent tant que le régime d'instabilité n'est pas établi ( $\langle \mu \rangle$  identique quelque soit le régime appliqué) mais qu'il est très influent en régime établi. Si le régime de glissement pur ne présente pas de fluctuation, il n'est applicable que pour de faible valeur de  $\mu$ . Les autres régimes permettent d'alterner différentes phases conduisant à l'apparition de troisième corps non-homogène (présence d'îlots porteurs). De plus, dans ces régimes, le frottement moyen diminue comme observé à l'échelle globale. Ceci montre une première corrélation entre deux échelles tribologiques (macroscopique des premiers corps et microscopique du troisième corps).

## 5.2 Perspectives

Même si de nombreux résultats découlant de cette thèse sont déjà utilisés, notamment dans le cadre de différentes thèses [?, ?], il reste encore à réaliser des "améliorations" et des "finalisations" de ces travaux.

Les perspectives du couplage fort concerne tout d'abord une analyse statistique sur le comportement des macro-particules et l'introduction de paramètres d'endommagement afin de faire évoluer les éléments constituant les macro-particules (effet de fragmentation). Pour cela, on peut imaginer les macro-particules comme une collection de "méso-particules", méso-particules étant elles-mêmes une collection de micro-particules, nous faisant ainsi introduire une deuxième loi d'interaction (type endommagement) au coeur du modèle.

Concernant le couplage faible, en plus d'une étude plus approfondie concernant le premier dialogue, il reste aujourd'hui à faire remonter au niveau global les données

microscopiques.

Des premières simulations de faisabilité ont été réalisées en introduisant une valeur de  $\langle \mu \rangle$ , déterminée dans les simulations à l'échelle locale, à différents points de contact du modèle par éléments finis (*c.f. Figure 5.2*) afin d'observer l'influence des phénomènes locaux (échelle microscopique) sur la dynamique globale du système (échelle macroscopique).

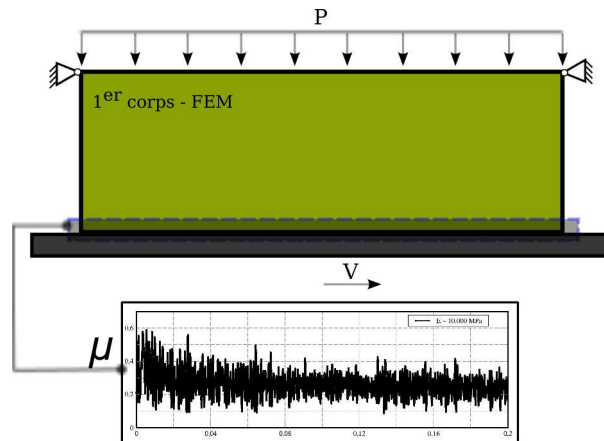


Figure 5.2 – Modèle par élément finis.

Ces premières simulations de faisabilité ont permis de pointer deux difficultés prépondérantes liées à ce type d'approche :

- La première est qu'il ne faut pas associer la même valeur de  $\langle \mu \rangle$  à chaque point de contact de l'échelle globale car ceci à pour conséquence de tuer toute la dynamique du système et qu'il est important de garder une histoire du frottement. Il reste maintenant à introduire la notion d'histoire aux points de contacts afin de ne pas avoir une valeur  $\langle \mu \rangle$  commune à tout les points de contact, mais bien autant de valeurs que de points de contact afin d'avoir une valeur de  $\mu = \mu(X, t)$ .
- La seconde est de choix de la valeur de  $\mu$  en statut adhérent ou décollé. En effet , il est possible de mesurer localement un "frottement nul", mais faut-il l'introduire directement à l'échelle globale ou plutôt faire une corrélation avec la notion de statut des points en contact, ce qui applique et ce qui nécessite ?



# Bibliographie

- [ACA 00] ACARY V., JEAN M.  
Numerical modeling of three dimensional divided structures by the Non Smooth Contact dynamics method : Application to masonry structures. TOPPING B., Ed., *The Fifth international Conference on Computational Structures Technology 2000*, Leuven, Belgium, 2000 p. 211-221.
- [ACA 08] ACARY V., BROGLIATO B.  
*Numerical Methods for Nonsmooth Dynamical Systems*. Springer, 2008.
- [ADA 95] ADAMS G.  
Self-excited oscillations of two elastic half-spaces sliding with a constant coefficient of friction. *J. Appl. Mech.*, vol. 62, 1995, p. 867-872.
- [ADA 98] ADAMS G.  
Steady sliding of two Elastic Half-Spaces Sliding friction Reduction due to Interface Stick-Slip. *ASME Journal of Applied Mechanics*, vol. 65, 1998, p. 470-475.
- [AGW 08] AGWA M., DA COSTA A. P.  
Instability of frictional contact states in infinite layers. *European Journal of Mechanics - A/Solids*, vol. 27, n. 3, 2008, p. 487 - 503.
- [AKA 09] AKAY A., GIANNINI O., MASSI F., SESTIERI A.  
Disc brake squeal characterization through simplified test rigs. *Mechanical Systems and Signal Processing*, vol. 23, n. 8, 2009, p. 2590 - 2607.
- [ALA 98] ALART P., LEBON F.  
Numerical Study of a Stratified Composite Coupling Homogenization and Frictional Contact. *Mathematical and Computer Modelling*, vol. 62, 1998, p. 867-872.
- [ANC 09] ANCIAUX G., MOLINARI J.  
Contact mechanics at the nanoscale : a 3D multi-scale approach. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, vol. 79, 2009, p. 1041-1067.

- [ANT 05] ANTALUCA E.  
Contribution de l'étude de contacts élasto-plastiques - Effet d'un chargement normal et tangentel. Thèse de doctorat, INSA-Lyon, 2005.
- [ARC 53a] ARCHARD J. F.  
Contact and Rubbing of Flat Surfaces. *Journal of Applied Physics*, vol. 24, 1953, p. 981-988.
- [ARC 53b] ARCHARD J. F.  
Elastic Deformation and the Contact of Surfaces. *Nature*, vol. 172, 1953, p. 918-919.
- [ARC 57] ARCHARD J. F.  
Elastic Deformation and the Laws of Friction. *Royal Society of London. Series A, Mathematical and Physical Sciences*, 1957.
- [AZÉ 07] AZÉMA E.  
Etude numérique de milieux granulaires à grains polyédriques : rhéologie quasi-statique, dynamique vibratoire et application au procédé de bourrage du ballast. Thèse de doctorat, Université Montpellier II, 2007.
- [BAI 05] BAILLET L., LINCK V., D'ERRICO S., LAULAGNET B., BERTHIER Y.  
Finite element simulation of dynamic instabilities in frictional sliding contact. *ASME Journal Tribology*, vol. 127, 2005, p. 652-657.
- [BAI 06] BAILLET L., D'ERRICO S., LAULAGNET B.  
Understanding the occurrence of squealing noise using the temporal finite element method. *Journal of Sound and Vibration*, vol. 292, n. 3-5, 2006, p. 443 - 460.
- [BAR 05] BARBER J., CIAVARELLA M.  
Contact Mechanics. *International Journal Solids Structures*, vol. 127, 2005, p. 652-657.
- [BER 88] BERTHIER Y.  
Mécanismes et tribologie. Thèse de doctorat, INSA de Lyon, 1988.
- [BER 90] BERTHIER Y.  
Experimental evidence for friction and wear modelling. *Wear*, vol. 139, 1990, p. 77-92.
- [BER 01] BERTHIER Y.  
*Background on friction and wear*, Chapitre 8. In : Journal Lemaitre, Handbook of materials behavior models, San Diego, Academic Press, 2001.
- [BER 05] BERTHIER Y.  
Third body reality - Consequences and use of the third body concept to solve a

- friction and wear problems. *Wear, Materials, Mechanisms and Practice*, , 2005, page 1.
- [BER 08] BERTHIER Y., CULLA A., MASSI F., ROCCHI J.  
Nonlinear numerical model for predicting charge conditions on rolling bearings submitted to environmental vibrations. *ISMA2008 - International Conference on Noise and Vibration Engineering*, Belgique, 2008.
- [BOU 05] BOUCLY V., NELIAS D., LIU S., WANG Q., KEER L.  
Contact analyses for bodies with frictional heating and plastic behavior. *ASME Journal Tribology*, vol. 127(2), 2005, p. 355-364.
- [BOW 58a] BOWDEN F.  
Methods of studying the surface structure of solids. *Journal of Colloid Science*, vol. 11, 1958, p. 555-564.
- [BOW 58b] BOWDEN F.  
A review of the friction of solids. *Wear*, vol. 1, 1958, p. 333-346.
- [BUC 01] BUCHER F., KLIMPEL T., JOHNSON K.  
Two-dimensional normal and tangential rail/wheel contact with rough surfaces : Comparison between a Greenwood/Tripp-like stochastic analysis and results for a deterministic steady-state model. G. DALMAZ A.A. LUBRECHT D. D., PRIEST M., Eds., *Tribology Research : From Model Experiment to Industrial Problem A Century of Efforts in Mechanics, Materials Science and Physico-Chemistry Proceedings of the 27th Leeds-Lyon Symposium on Tribology*, vol. 39 de *Tribology Series*, p. 551 - 562 Elsevier, 2001.
- [BUC 06] BUCHER F., DMITRIEV A., ERTZ M., KNOTHE K., POPOV V., PSARKHIE S., SHILKO E.  
Multiscale simulation of dry friction in wheel-rail contact. *Wear*, vol. 261, 2006, p. 874-884.
- [BUS 09] BUSQUET M., DESCARTES S., BERTHIER Y.  
Formation conditions of mechanically modified superficial structures for two steels. *Tribology International*, vol. 42, n. 11-12, 2009, p. 1730 - 1743. Special Issue : 35th Leeds-Lyon Symposium.
- [CAO 11a] CAO H.-P.  
Modélisation par éléments discrets rigides et/ou déformables des milieux granulaires et des troisièmes corps solides. Thèse de doctorat, INSA-Lyon, 2011.

- [CAO 11b] CAO H. P., RENOUF M., DUBOIS F., BERTHIER Y.  
Coupling continuous and discontinuous descriptions to model first body deformation in third body flow. *Journal of Tribology*, vol. 133(4), 2011, page 041601.
- [CHE 04] CHETOUANE B.  
Approche combinée éléments finis/éléments discrets pour la modélisation des structures maçonnées. Thèse de doctorat, LMGC - Université Montpellier II, 2004.
- [CHE 08] CHEVOIR F., ROUX J.-N., DA CRUZ F., ROGNON P. G., KOVAL G.  
Friction law in dense granular flows. *Powder Technology*, vol. 190, 2008, p. 264-268.
- [CLE 98] CLEARY P.  
Predicting charge motion, power draw, segregation and wear in ball mills using discrete element methods. *Minerals Engineering*, vol. 11, n. 11, 1998, p. 1061 - 1080.
- [CUN 71] CUNDALL P.  
A computer model for simulating progressive large scale movements of blocky rock systems. *Proceedings of the Symposium of the International Society of Rock mechanics*, vol. 1, 1971, p. 132-150.
- [DAY 83] DAY A. J.  
Energy transformation at the friction interface of a brake. Master's thesis, Loughborough University of technology, 1983.
- [DAY 90] DAY A. J.  
Brake interface temperature prediction. *Second One-Day Workshop on Disc and Drum Brake Performance*, University of Bradford, 1990.
- [DES 05] DESCARTES S., DESRAYAUD C., NICCOLINI E., BERTHIER Y.  
Presence and role of the third body in a wheel-rail contact. *Wear*, vol. 258, n. 7-8, 2005, p. 1081 - 1090. *Contact Mechanics and Wear of Rail/Wheel Systems*.
- [DOW 98] DOWSON D.  
*History of tribology*. Professional engineering publishing, 2nd edition, London, 1998.
- [DUB 03] DUBOIS F., JEAN M.  
LMGC90 une plateforme de développement dédiée à la modélisation des problèmes d'interaction. *Actes du sixième colloque national en calcul des structures*, Giens, France, 2003.



- [ELP 97] ELPERIN T., GOLSHTEIN E.  
Comparison of different models for tangential forces using the particle dynamics method. *Physica A*, vol. 242, 1997, p. 332-340.
- [ELR 91] ELROD H., BREWE D.  
Numerical experiments with flows of elongated granules. *Elsevier Tribology Series*, vol. 21, 1991, p. 219-226.
- [FEY 00] FEYEL F., CHABOCHE J. L.  
FE2 multiscale approach for modelling the elastoviscoplastic behaviour of long fibre SiC Ti composite materials. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, vol. 183, 2000, p. 309-330.
- [FIL 04a] FILLOT N.  
Etude mécanique de l'usure - Modélisation par éléments discrets des débits de troisième corps solide. Thèse de doctorat, Ecole doctorale MEGA - INSA-Lyon, 2004.
- [FIL 04b] FILLOT N., IORDANOFF I., BERTHIER Y.  
A granular dynamic model for the degradation of material. *ASME Journal Tribology*, vol. 126, 2004, p. 606-614.
- [FIL 07a] FILLOT N., IORDANOFF I., BERTHIER Y.  
Modeling third body flows with a discrete element method - a tool for understanding wear with adhesive particles. *Tribology International*, vol. 40, 2007, p. 973-981.
- [FIL 07b] FILLOT N., IORDANOFF I., BERTHIER Y.  
Wear modeling and the third body concept. *Wear*, vol. 262, n. 7-8, 2007, p. 949 - 957.
- [FRE 87] FREMOND M.  
Adhérence des solides. *Journal de Mécanique Théorique et Appliquée*, vol. 6, 1987, p. 383-407.
- [GAL 07] GALLEGO G.  
Fretting et usure des contact mécanique : modélisation numérique. Thèse de doctorat, INSA-Lyon, 2007.
- [GAL 10] GALLEGO L., NELIAS D., DEYBER S.  
A fast and efficient contact algorithm for fretting problems applied to fretting modes I, II and III. *Wear*, vol. 268, 2010, p. 208-222.

- 
- [GHA 96] GHAOUTI A., DUBUJET P., CHAZE M., SIDOROFF F.  
Particulate and granular simulation of third body behaviour. *Tribology series*, vol. 31, 1996, p. 355-365.
- [GOD 84] GODET M.  
The third-body approach : A mechanical view of wear. *Wear*, vol. 100, 1984, p. 437-452.
- [GOD 90] GODET M.  
Third body in tribology. *Wear*, vol. 136, 1990, p. 29-45.
- [GOD 91] GODET M., BERTHIER Y., LANCASTER J., VINCENT L.  
Wear modelling : Using fundamental understanding or practical experience? *Wear*, vol. 149, n. 1-2, 1991, p. 325 - 340.
- [GOU 04] GOUIDER M.  
Tribologie des composites Carbone/Carbone : échelles et contributions relatives de la mécanique et de la physico-chimie. Thèse de doctorat, INSA de Lyon, 2004.
- [GRE 66] GREENWOOD J., WILLIAMSON J.  
Contact of nominally flat surfaces. *Proc. of the Royal Society*, vol. 295 de A, 1966, p. 300-319.
- [HAM 88] HAM G., RUBIN C., HAHN G., BHARGHAVA G.  
Elasto-plastic finite element analysis of repeated, two-dimensional rolling sliding contacts. *ASME Journal Tribology*, vol. 110, 1988, p. 44-49.
- [HER 81] HERTZ H.  
Über die Berührung fester elastischer Körper (Sur le contact entre corps élastiques). *für reine und angewandte Mathematik*, vol. 92, 1881, p. 156-171.
- [HIG 04] HIGGS C., TICHY J.  
Granular flow lubrication : Continuum modelling of shear behaviour. *ASME Journal Tribology*, vol. 126, 2004, p. 499-509.
- [HIG 08] HIGGS C., TICHY J.  
Effect of particle and surface properties on granular lubrication flow. *IMechE*, vol. 222, 2008, p. 134-140.
- [ICÉ 10] ICÉTA D.  
Simulation numérique de la dynamique des systèmes discrets par décomposition de domaine et application aux milieux granulaires. Thèse de doctorat, Université Montpellier II, 2010.
- [IOR 99] IORDANOFF I., BERTHIER Y.  
First steps for a rheological model for the solid third body. *Lubrication at the*
-

- 
- Frontier The Role of the Interface and Surface Layers in the Thin Film and Boundary Regime Proceedings of the 25th Leeds-Lyon Symposium on Tribology*, vol. 36 de *Tribology Series*, p. 551 - 559 Elsevier, 1999.
- [IOR 05] IORDANOFF I., FILLOT N., BERTHIER Y.  
Numerical study of a thin layer of cohesive particles under plane shearing. *Powder Technology*, vol. 159, 2005, p. 46-54.
- [JEA 92] JEAN M., MOREAU J. J.  
Unilaterality and dry friction in the dynamics of rigid body collections. *Proceedings of Contact Mechanics International Symposium*, Lausanne, Switzerland, 1992 Presses Polytechniques et Universitaires Romandes, p. 31-48.
- [JEA 95] JEAN M.  
Frictional contact in collections of rigid or deformable bodies : numerical simulation of geomaterial motions. SELVADURAI A., BOULON M., Eds., *Mechanics of Geomaterial Interfaces*, vol. 42 de *Studies in Applied Mechanics*, p. 463 - 486 Elsevier, 1995.
- [JEA 99] JEAN M.  
The non-smooth contact dynamics method. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, vol. 177, n. 3-4, 1999, p. 235 - 257.
- [JOH 71] JOHNSON K., KENDALL K., ROBERTS A.  
Surface energy and the contact of elastic solid. *Royal Society London-Series A 325 :301-313*, 1971.
- [JOH 85] JOHNSON K.  
Contact mechanics. *Cambridge university Press*, vol. 1, 1985, page 452.
- [KAB 09] KABIR A., LOVELL M., III C. F. H.  
Utilizing the explicit finite element method for studying granular flows. *Tribology Letters*, vol. 29, 2009, p. 85-94.
- [KAL 79] KALKER J. J.  
The computation of three-dimensional rolling contact with dry friction. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, vol. 14, 1979, p. 1293-1307.
- [KAL 86] KALKER J.  
Mathematical models of friction for contact problems in elasticity. *Wear*, vol. 113, n. 1, 1986, p. 61 - 77.
- [LIN 73] LING F. F.  
*Surface Mechanics*. Wiley Interscience, New York, 1973.
-

- [LIN 03] LINCK V., BAILLET L., BERTHIER Y.  
Modeling the consequences of local kinematics of the first body on friction and on third body sources in wear. *Wear*, vol. 255, 2003, p. 299-308.
- [LIN 05] LINCK V.  
Modélisation numérique temporelle d'un contact frottant. Mise en évidence d'instabilités locales de contact. Conséquences tribologiques. Thèse de doctorat, INSA-Lyon, France, 2005.
- [LMG ] LMGC90  
<http://www.lmgc.univ-montp2.fr/~dubois/LMGC90/publications.html>.
- [LUA 06] LUAN B., HYUN S., MOLINARI J., BERNSTEIN N., ROBBINS M.  
Multiscale modeling of two-dimensional contacts. *Physical Review E*, vol. 74, 2006, page 046710.
- [LUB 92] LUBRECHT A. A., BERTHIER Y.  
Granular Lubrication : A simple model and trends. *Tribology series*, vol. 30, 1992, p. 53-62.
- [LUB 96] LUBRECHT A. A., TIEN C. E. C., BERTHIER Y.  
A simple model for granular lubrication : Influence of boudaries. *Tribology s*, vol. 31, 1996, p. 53-62.
- [MAJ 03] MAJCHERCZAK D.  
Etude thermique d'un contact glissant : approche numérique et expérimentale. Application au freinage. Thèse de doctorat, Université de Lille 1, 2003.
- [MAR 10] MARTIN A.  
Ecoulement confiné d'un matériau granulaire en interaction avec un gaz, application à la relocalisation du combustible nucléaire. Thèse de doctorat, Université Montpellier Ii, 2010.
- [MAS 06a] MASSI F.  
Dynamic and tribological analysis of brake squeal. Thèse de doctorat, INSA-Lyon, France, 2006.
- [MAS 06b] MASSI F., GIANNINI O., , BAILLET L.  
Brake squeal as dynamic instability : An experimental investigation. *Acoustical Society of America*, vol. 120, 2006, p. 1388-1398.
- [MBO 10] MBODJ C.  
Rôle des paramètres matériaux et structuraux dans l'homogénéisation numérique des composites C/C. Thèse de doctorat, INSA-Lyon, 2010.

- [MOR 86] MOREAU J.-J.  
Une formulation du contact à frottement sec ; application au calcul numérique. *Comptes Rendus Acad. Sci. Paris, Series II*, vol. 302, 1986, p. 779-801.
- [MOR 93] MOREAU J. J.  
New computation methods in granular dynamics. *Powders & Grains 93*, Rotterdam, 1993 Balkema, page 227.
- [MOR 94] MOREAU J. J.  
Some numerical methods in multibody dynamics : Application to granular materials. *Eur. Journal Mech. A.*, vol. 13(4), 1994, p. 93-114.
- [MOR 09] MORALES-ESPEJEL G.  
Semi-analytical methods for surface life analysis in elastohydrodynamically lubricated and dry contacts. Thèse de doctorat, INSA-Lyon, 2009.
- [MUN 04] MUNJIZA A.  
*The Combined Finite-Discrete Element Method*. Wiley, 2004.
- [PEL 07a] PELLEX G.  
Modélisation multi-échelles du comportement dynamique de matériaux composites sous sollicitations tribologiques. Thèse de doctorat, INSA-Lyon, 2007.
- [PEL 07b] PELLEX G., BAILLET L., BERTHIER Y.  
Dynamic behaviour of a homogenized composite under contact with friction loading. *C. R Mécanique*, vol. 335, 2007, p. 394-400.
- [PER 05] PERALES F.  
Fissuration des matériaux à graient de propriétés. Application au zircaloy hydrure. Thèse de doctorat, Université du Montpellier II, 2005.
- [RAD 96] RADJAI F., JEAN M., MOREAU J. J., ROUX S.  
Force distributions in dense two-dimensional granular systems. *Phys. Rev. Let.*, vol. 77, 1996, p. 274-277.
- [RAD 98] RADJAI F., WOLF D. E., JEAN M., MOREAU J. J.  
Bimodal character of stress transmission in granular packings. *Phys. Rev. Let.*, vol. 80, 1998, p. 61-64.
- [RAD 10] RADJAI F., DUBOIS F.  
*Collection Mécanique et Ingénierie des Matériaux*, Chapitre 8 : Modélisation numérique discrète des matériaux granulaires, p. 223-258. Hermes, 2010.
- [RAF 08] RAFIEE A., VINCHES M.  
Application of geostatistical characteristics of rock mass fracture systems in 3D

- model generation. *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences*, vol. 45, n. 4, 2008, p. 644 - 652.
- [RAJ 07] RAJE N., SADEGHI F., JR R. R.  
Evaluation of stresses around inclusions in hertzian contact using the discrete element method. *Journal of Tribology*, vol. 129, 2007, p. 283-291.
- [RAO 99] RAOUS M., CANGÉMI L., COCU M.  
A consistent model coupling adhesion, friction, and unilateral contact. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, vol. 177, n. 3-4, 1999, p. 383 - 399.
- [REN 04a] RENOUF M., DUBOIS F., ALART P.  
A parallel version of the non smooth contact dynamics algorithm applied to the simulation of granular media. *Journal Comput. Appl. Math.*, vol. 168, 2004, p. 375-382.
- [REN 04b] RENOUF M.  
Optimisation numérique et calcul parallèle pour l'étude des milieux divisés bi- et tridimensionnels. Thèse de doctorat, Université Montpellier II, 2004.
- [REN 06] RENOUF M., SAULOT A., BETHIER Y.  
Third body flow during a wheel-rail interaction. *III European Conference on Computational Mechanics Solids (Portugal)*, 2006.
- [REN 08] RENOUF M., FILLOT N.  
Coupling electrical and mechanical effects in discrete element simulations. *International Journal Numer. Meth. Engng.*, vol. 74, 2008, p. 238-254.
- [REN 11] RENOUF M., CAO H., NHU V.  
Multiphysical modeling of third-body rheology. *Tribology International*, vol. 44, 2011, p. 417-425.
- [REN 12] RENOUF M., SAULOT A., MASSI F., FILLOT N.  
Dialogues numériques entre échelles tribologiques, Rapport scientifique du Projet ANR-08-JCJC-0020. 2012.
- [RIC 07] RICHARD D., IORDANOFF I., BERTHIER Y., RENOUF M., FILLOT N.  
Friction coefficient as a macroscopic view of local dissipation. *Tribology*, vol. 129(4), 2007, p. 829-835.
- [RIC 08] RICHARD D.  
Thermique des contact avec troisième corps solide. Modélisation et compréhension des phénomènes de frottement et de diffusion de la chaleur par la méthode des éléments discrets. Thèse de doctorat, INSA-Lyon, France, 2008.

- [ROC 70] ROCKAFELLAR R. T.  
*Convex Analysis*, vol. 1. Princeton University Press, 1970.
- [ROU 05] ROUX J., CHEVOIR F.  
Simulation numérique discrète et comportement mécanique des matériaux granulaires. *Bulletin des Laboratoires des Ponts et Chaussées*, vol. 254, 2005, p. 109-138.
- [SAU 04] SAUSSINE G.  
Contribution à la modélisation de granulats tridimensionnels : application au ballast. Thèse de doctorat, LMGC Montpellier, 2004.
- [SAU 05] SAULOT A.  
Analyse tribologique du contact roue-rail. Modélisation et expérimentations. Cas de l'usure ondulatoire. Thèse de doctorat, INSA-Lyon, France, 2005.
- [SAU 06] SAUSSINE G., CHOLET C., GAUTIER P., DUBOIS F., BOHATIER C., MOREAU J.  
Modelling ballast behaviour under dynamic loading. Part 1 : A 2D polygonal discrete element method approach. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, vol. 195, n. 19-22, 2006, p. 2841 - 2859.
- [SEV 01] SEVE B., IORDANOFF I., BERTHIER Y.  
A discrete solid third body model : Influence of the intergranular forces on the macroscopic behaviour. *Tribology and Interface Engineering*, vol. 39, 2001, p. 361-368.
- [SFA 07] SFANTOS G., ALIABADI M.  
Multi-scale boundary element modelling of material degradation and fracture. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, vol. 196, 2007, p. 1310-1329.
- [SHA 97] SHAM T., TICHY J.  
A scheme for hybrid molecular dynamics/finite element analysis of thin film lubrication. *Wear*, vol. 207, 1997, p. 100-106.
- [TEM 08] TEMIZER I., WRIGGERS P.  
A multiscale contact homogenization technique for the modelling of third bodies in the contact interface. *Comp. Methods Appl. Mech. Engrg*, vol. 198, 2008, p. 377-396.
- [TIE 98] TIEN C. E. C.  
Simulation numérique du comportement d'un film mince granulaire cisailé en

fonction de la rugosité des parois et de la forme des granules. Thèse de doctorat, Ecole doctorale MEGA - INSA-Lyon, 1998.

[TIL 03] TILLEMA H. G.

Noise reduction of rotating machinery by viscoelastic bearing supports. Thèse de doctorat, University of Twente, SKF, 2003.

[WEI 09] WEINZAPFEL N., SADEGHI F.

A discrete element approach for modelling cage flexibility in ball bearing dynamic simulations. *ASME Journal Tribology*, vol. 131, 2009, page 021102.

[WEN 98] WENSING J. A.

On the dynamics of ball bearings. Thèse de doctorat, University of Twente, 1998.

[WRI 00] WRIGGERS P., PANAGIOTOPOULOS P.

*New Developments in Contact Problems*. Springer, 2000.

[WRI 02] WRIGGERS P.

*Computational Contact Mechanics*. Wiley, 2002.



# Table des figures

1.1	Dispositif de Coulomb pour étudier les phénomènes de frottement (Théorie des machines simples en 1781). . . . .	6
1.2	Concept de triplet tribologique. . . . .	7
1.3	Circuit tribologique. . . . .	8
2.1	Méthode des boîtes . . . . .	16
2.2	Triangulation de Delaunay . . . . .	16
2.3	Définition des repères global et local. . . . .	17
2.4	Contact entre deux particules rigides. . . . .	18
2.5	Différentes types de contact entre rigide et déformable. . . . .	18
2.6	Contact entre une particule rigide et un corps déformable . . . . .	19
2.7	Contact unilatéral sans <i>a)</i> ou avec cohésion <i>b)</i> . . . . .	23
2.8	Force de contact cohésive calculée par la loi CZM. . . . .	25
2.9	Evolution de $\beta$ en fonction de $g_n$ . . . . .	25
2.10	Force de contact calculée par la loi CZM . . . . .	26
2.11	Graphe représentant le frottement Coulomb en fonction de $\mathbf{r}_n$ <i>a)</i> et $\mathbf{r}_t$ <i>b)</i> . . . . .	27
2.12	Statuts d'un point en contact identifiés par les trajectoires suivant $x$ et $y$ . . . . .	28
2.13	Mesure de frottement global dans la simulation . . . . .	29
2.14	Dissipation d'énergie par frottement de différentes instabilités de contact	30

2.15	Exemple d'évolution du frottement macroscopique en fonction du temps - définition de la valeur moyenne du frottement $\langle \mu \rangle$ et d'écart-type $\mu_E$ . . . . .	32
2.16	Distribution de l'intensité d'endommagement $\beta_i$ a) et mesure des valeurs moyennes par tranches b) dans le milieu granulaire. . . . .	34
3.1	Disque en polycarbonate a) et manchon en acier b) et le dispositif expérimental c). . . . .	39
3.2	Modes de vibration du système calculés avec une analyse modale pré-contrainte. . . . .	41
3.3	Modèle expérimental a) et modèle numérique b) par élément finis de 15 400 éléments. . . . .	42
3.4	Contrainte de Von Mises pour 3 valeurs d'amortissement numérique : $\theta = 0.5$ a), $\theta = 0.6$ b) et $\theta = 0.9$ c) en fixant le même $dt = 0.8 \cdot 10^{-4} \text{ ms}$ . . . . .	44
3.5	Contrainte de <i>Von Mises</i> pour 3 différents pas de temps : $dt = 0.4 \cdot 10^{-4} \text{ ms}$ a), $dt = 0.8 \cdot 10^{-4} \text{ ms}$ b), $dt = 0.4 \cdot 10^{-3} \text{ ms}$ c) et $\theta = 0.6$ . . . . .	44
3.6	Amortissements structurels mesurés expérimentalement et numériquement avec la loi de Rayleigh. . . . .	46
3.7	Les zones au contact observées a), les trajectoires des points b) et focalisées sur un point dans la zone D c). . . . .	46
3.8	Trajectoire suivant $Y$ a) en fonction du temps pour un point dans la zone D et la fréquence de vibration à $9.5 \text{ kHz}$ b). . . . .	47
3.9	Déformée du mode 3 de vibration du disque avec analyse pré-contrainte a) et distribution des vitesses, calculée sur le disque pendant la simulation sans troisième corps b). . . . .	48
3.10	Modèle numérique utilisé à l'échelles des premiers corps a) et particules de troisièmes corps b). . . . .	49
3.11	Analyse expérimentale des particules de troisième corps sur un disque après essais a), analyse de la zone de contact b), mesure de l'épaisseur du troisième corps c) et observation d'une macro-particule d) [REN 12]. . . . .	50
3.12	Trajectoire des noeuds dans les zones A a) et zone C b) sans macro-particule. . . . .	51

3.13	Trajectoire du noeud de la zone B pour deux intervalles de temps avec a) et sans b) macro-particule. . . . .	52
3.14	Trajectoire du noeud de la zone D pour deux intervalles de temps sans a) et avec b) macro-particule. . . . .	52
3.15	Trois différentes tailles de macro-particules . . . . .	53
3.16	Contraintes tangentiels maximales pour trois différentes tailles de macro-particules. . . . .	54
3.17	Trajectoire selon $y$ d'un noeud dans la zone B pour trois différentes tailles de macro-particules. . . . .	54
3.18	Observation du nombre de particules de troisième corps par secteur angulaire en fonction du temps pour la macro-particule : a) 1, b) 2 et c) 3. . . . .	56
3.19	Portrait de phase pour les zones A a), B b), C c) et D d). . . . .	57
3.20	Trajectoire des noeuds au niveau du contact dans les zones axisymétriques. . . . .	57
3.21	Vecteurs vitesse des particules de troisième corps dans les zones A et B à l'état initial a) et au cours de la simulation b). . . . .	58
3.22	Contrainte tangentielle maximale dans la zone B à l'état initial a) et au cours de simulation b). . . . .	58
3.23	Observation du nombre de particules de troisième corps par secteur angulaire en fonction du temps avec deux macro-particules . . . . .	59
3.24	Déplacement suivant $y$ en fonction du temps pour un noeud dans la zone D a) et la fréquence de vibration à $9.7\text{ kHz}$ b) . . . . .	60
3.25	Déformée du mode 3 de vibration du disque avec analyse précontrainte a) et distribution des vitesses calculée sur le disque pendant la simulation avec le troisième corps a) b). . . . .	60
3.26	Contraintes de cisaillement maximales mesurées expérimentalement a) avec un zoom sur l'interface de contact et visualisation des franges par photo-élastimétrie ( $\tau_{max} = 0.7\text{ MPa/ordre}$ ) et b) mesurées par le modèle numérique. . . . .	61
4.1	Représentation du modèle EF . . . . .	67

4.2	Evolution temporelle du frottement global au cour de la simulation a) et en fonction de vitesse de cisaillement $V$ b) . . . . .	69
4.3	Rapport entre dissipation d'énergie et vitesse de cisaillement a) et pente du rapport b) pour différentes vitesse appliquée $V$ . . . . .	69
4.4	Taux de glissement a), adhérence b), décollement c) avec différentes vitesses appliquée $V$ en fixant $\mu_{local} = 0.4$ . . . . .	70
4.5	Trajectoire d'un point central pour différentes vitesses appliquées $V$ .	71
4.6	Evolution temporelle du frottement global adimensionné au cour de la simulation a) et en fonction du frottement local $\mu$ b) . . . . .	72
4.7	Rapport entre dissipation d'énergie et frottement local pour différentes valeurs de $\mu_{local}$ . . . . .	73
4.8	Coefficient directeur de $E_d/\mu_{local}$ en régime stabilisé a) et temps d'apparition des instabilités b) en fonction de $\mu_{local}$ . . . . .	73
4.9	Trajectoires d'un noeud pour différentes valeurs de frottement $\mu_{local}$ . .	74
4.10	Vecteurs de déplacement $Dy$ au niveau du contact. . . . .	75
4.11	Portrait de phase $Vx$ en fonction de $Dx$ . . . . .	75
4.12	Vecteur vitesse $Vy$ en fonction de $Dx$ a) et composante du vecteur de vitesse $Vy$ apparent dans la zone décollante de contact b). . . . .	76
4.13	Taux de glissement a), d'adhérence b) et de décollement c) pour différentes frottements locaux $\mu_{local}$ en fixant $V$ à $4\text{ m/s}$ . . . . .	76
4.14	Contrainte de cisaillement maximale pour $\mu_{local}$ égal à a) 0.1, b) 0.2 et c) 0.4. . . . .	77
4.15	Carte de relation entre frottement local et vitesse appliquée pour le régime de la dynamique locale. . . . .	78
4.16	Représentation du modèle éléments discrets correspondant à une maille du modèle éléments finis. . . . .	81
4.17	Trois échantillons utilisés pour les essais de traction. . . . .	82
4.18	Distribution d'orientation de contact dans l'échantillon a) $E1$ , b) $E2$ , c) $E3$ . . . . .	82
4.19	Evolution de l'anisotropie dans l'échantillon $E1$ , $E2$ et $E3$ . . . . .	83
4.20	Nombre de contacts au cours de la simulation pour les échantillons $E1$ , $E2$ et $E3$ . . . . .	83

4.21	Courbe $(\sigma-\epsilon)$ caractéristique de l'essai de traction avec la loi <i>IQS-CZM</i> pour les échantillons $E1$ , $E2$ et $E3$ . . . . .	84
4.22	Courbe $(\sigma-\epsilon)$ caractéristique de l'essai de traction avec la loi <i>IQS-CZM</i> pour différents valeurs locales $C_n$ et $w$ . . . . .	85
4.23	Courbe $(\sigma-\epsilon)$ caractéristique de l'essai de traction uni-axial par la loi CZM avec ou sans raideur en compression. . . . .	85
4.24	Courbe $(\sigma-\epsilon)$ caractéristique de l'essai de compression avec la loi <i>ELAS-CZM</i> pour 2 valeurs de $k$ . . . . .	86
4.25	Modèles de rugosité utilisés pour les simulations à l'échelle locale. . . . .	87
4.26	Modèle avec un troisième corps artificiel $\beta_i = 0, \forall i$ . . . . .	88
4.27	Frottement macroscopique en fonction du temps pour différentes rugosités. . . . .	89
4.28	Profil des contraintes a) $\langle \sigma_{yy}/P \rangle$ , b) $\langle \sigma_{xy}/P \rangle$ au travers de l'épaisseur du troisième corps pour différentes rugosités utilisées. . . . .	89
4.29	Profils de vitesse au travers de l'épaisseur du troisième corps pour différentes rugosités utilisées. . . . .	90
4.30	Energie cinétique mesurée pour différentes rugosités utilisées. . . . .	90
4.31	Triplet tribologique discret : le troisième corps généré est issu de la dégradation du premier corps supérieur. . . . .	91
4.32	a) Frottement macroscopique en fonction du temps pour différentes rugosités avec la loi <i>IQS-CZM</i> et b) valeurs moyennes d'initiation du frottement dans cette phase ( $Q^s = 0$ ). . . . .	92
4.33	Frottement macroscopique en fonction du temps pour différentes rugosités par la loi CZM et les valeurs moyennes à l'état final des simulation ( $Q^s \neq 0$ ). . . . .	92
4.34	Distribution de l'intensité d'endommagement pour différentes rugosités par la loi CZM. . . . .	93
4.35	Evolution de l'épaisseur du troisième corps en fonction du temps pour différentes rugosités. . . . .	93
4.36	Frottement macroscopique pour différentes énergie $w$ . . . . .	94
4.37	Evolution de l'épaisseur du troisième corps en fonction du temps pour différentes énergie $w$ . . . . .	94

4.38	Frottement macroscopique pour différentes raideurs en compression. . . . .	95
4.39	Evolution de l'épaisseur du troisième corps en fonction du temps pour différentes raideurs de compression $k$ . . . . .	95
4.40	Frottement macroscopique pour différentes cohésions $\gamma$ . . . . .	96
4.41	Evolution de l'épaisseur du troisième corps en fonction du temps pour différentes cohésions $\gamma$ . . . . .	96
4.42	Relation entre le coefficient de frottement global moyen $\langle \mu \rangle$ et le nombre inertiel a) et l'intensité de cohésion $\gamma$ b). . . . .	97
4.43	Profils des contraintes $\langle \sigma_{yy}/P \rangle$ au travers de l'épaisseur du milieu pour différentes rugosités a), valeurs d'énergie $w$ (IQS-CZM) b), raideur de compression $k$ (ELAS-CZM) c) et force de cohésion $\gamma$ (WET-CZM) d) avec la loi de CZM et ses extensions. . . . .	98
4.44	Distribution de $\beta_i$ au travers de l'épaisseur du milieu pour différentes rugosités a), b), valeurs d'énergie $w$ (IQS-CZM) c), d), raideur de compression $k$ (ELAS-CZM) e), f) et force de cohésion $\gamma$ (WET-CZM) g), h). . . . .	100
4.45	Couple $(f_n, v_t)$ décrivant la dynamique locale issue de l'échelle globale.	101
4.46	Exemple d'évolution de $f_n$ a) et $v_t$ b) de l'échelle globale. . . . .	102
4.47	Evolution de $f_n$ a) et $v_t$ b) pour différents régimes de contact. . . . .	103
4.48	Plan de statut en fonction de $(f_n, v_t)$ pour différents régimes. . . . .	103
4.49	Parallèle entre l'échelle globale et l'échelle locale. . . . .	104
4.50	Evolution du frottement macroscopique $\langle \mu \rangle$ pour la loi de contact IQS-CZM a) et pour la loi de contact WET-CZM b) avec la variation de sollicitations $(f_n, v_t)$ . . . . .	105
4.51	Parallèle entre le statut du point de contact à l'échelle macroscopique, le couple $(f_n, v_t)$ appliqué à l'échelle globale et la valeur $\langle \mu \rangle$ mesurée à l'échelle locale. . . . .	106
4.52	Visualisation du VER pour le statut glissant a), adhérent b), décollé c). . . . .	107
4.53	Mesure de l'épaisseur d'usure en fonction des sollicitations $(f_n, v_t)$ , constantes ou non-constantes. . . . .	108
5.1	Tribologie numérique dan le cadre multi-échelle. . . . .	112

5.2 Modèle par élément finis. . . . . 114





# Liste des tableaux

3.1	Géométrie du modèle et propriétés du matériau utilisé dans les simulations. . . . .	40
4.1	Description du modèle EF dans les simulations à l'échelle globale . . .	67
4.2	Description du modèle par éléments discrets dans les simulations à l'échelle locale . . . . .	81
4.3	Paramètres des lois de contact CZM ( <i>IQS-CZM/ELAS-CZM</i> ). . . . .	87



FOLIO ADMINISTRATIF

THESE SOUTENUE DEVANT L'INSTITUT NATIONAL DES SCIENCES APPLIQUEES DE LYON

NOM : **NHU**

DATE de SOUTENANCE : **14 Juin 2013**

Prénoms : **VIET HUNG**

TITRE :

**DIALOGUES NUMERIQUES ENTRE ECHELLES TRIBOLOGIQUES**

NATURE : **Doctorat**

Numéro d'ordre : **2013-ISAL-0043**

Ecole doctorale :

**MECANIQUE - ENERGETIQUE - GENIE CIVIL - ACOUSTIQUE (MEGA)**

Spécialité :

**MECANIQUE - GENIE MECANIQUE - GENIE CIVIL**

RESUME :

En tribologie, la modélisation numérique est aujourd'hui un outil indispensable pour étudier un contact afin de pallier les limites expérimentales. Pour comprendre de mieux en mieux les phénomènes mis en jeu, les modèles ne se situent plus à une seule échelle, mais en font intervenir plusieurs, rendant plus que jamais le concept de *triplet tribologique* incontournable.

Travaillant avec cette philosophie et en se basant sur l'approche *Non Smooth Contact Dynamics*, dont nous rappelons les grandes lignes, nous proposons de franchir deux cas~: proposer des modèles offrant des résultats quantitatifs et mettre en place les premières pièces d'une homogénéisation au niveau du contact (VER).

Dans le premier cas, l'étude du couplage éléments finis/éléments discrets au sein d'une même simulation a pour but de proposer des modèles plus « réalistes » Même si l'interface utilisée est déjà présente au coeur du contact et ne va pas évoluer, elle permet de mettre en évidence l'utilisation d'outil de mesure permettant de lier le mouvement des particules aux instabilités dynamiques et permet d'avoir des résultats qualitatifs mais aussi quantitatifs puisque la comparaison avec les taux de contraintes expérimentaux sont en très bonne adéquation.

Dans le second cas, le VER sous sollicitations tribologiques est étudié afin d'étendre les techniques d'homogénéisation aux problèmes de contact afin de s'affranchir de la description des interfaces aux grandes échelles en trouvant un moyen d'homogénéiser le comportement hétérogène de l'interface et de le faire dialoguer avec le comportement continu des corps en contact en faisant remonter, dans un sens, des grandeurs moyennées à l'échelle microscopique à l'échelle macroscopique des premiers corps et dans l'autre sens, se servir des données locales à l'échelle macroscopique comme conditions limites à l'échelle microscopique.

MOTS-CLES : *troisième corps, premier corps, éléments finis, éléments discrets, couplage éléments finis/éléments discrets, non smooth contact dynamics, dialogues numériques.*

Laboratoire (s) de recherche : **Laboratoire de Mécanique des Contacts et des Structures (LaMCoS), INSA de Lyon**

UMR CNRS 5259

20 avenue Albert Einstein

69621 Villeurbanne Cedex France

Directeur de thèse:

**BERTHIER Yves**  
**RENOUF Mathieu**

**Directeur de Recherche CNRS**  
**Chargé de Recherche CNRS**

Président de jury :

**KONDO Djimédo**

**Professeur**

Composition du jury :

**KONDO Djimédo**  
**DARIDON Loïc**  
**DUFRENOY Philippe**  
**FORTIN Jérôme**  
**BERTHIER Yves**  
**RENOUF Mathieu**

**Professeur**  
**Professeur**  
**Professeur**  
**Professeur**  
**Directeur de Recherche CNRS**  
**Chargé de Recherche CNRS**